

문제 01

분할 정복의 세 단계 순서로 옳은 것은?

- 1 부분 문제 해결 → 분할 → 결합
- 2 결합 → 분할 → 부분 문제 해결
- 3 분할 → 부분 문제 해결 → 결합
- 4 부분 문제 해결 → 결합 → 분할
- 5 분할 → 결합 → 부분 문제 해결

문제 01 정답과 해설

분할 정복의 세 단계 순서로 옳은 것은?

3번 분할→부분 문제 해결→결합

해설

작은 문제를 해결한 결과를 이용해 원래 문제의 답을 구성한다.

문제 02

합병 정렬의 분할 뒤 반드시 필요한 전제는?

- 1 모든 원소가 서로 다르다
- 2 입력이 이미 정렬되어 있다
- 3 두 부분을 각각 정렬한 뒤 병합한다
- 4 두 부분의 길이가 항상 같다
- 5 두 부분의 값 범위가 겹치지 않는다

문제 02 정답과 해설

합병 정렬의 분할 뒤 반드시 필요한 전제는?

3번 두 부분을 각각 정렬한 뒤 병합한다

해설

병합은 정렬된 두 배열을 입력으로 받는다. 중복과 홀수 길이도 처리할 수 있다.

문제 03

길이 p, q 인 정렬 배열의 표준 병합에서 최악 원소 비교 횟수는? $p, q \geq 1$ 이다.

1 $\lceil \log_2(p+q) \rceil$

2 $\min(p, q) - 1$

3 $p+q$

4 pq

5 $p+q-1$

문제 03 정답과 해설

길이 p, q 인 정렬 배열의 표준 병합에서 최악 원소 비교 횟수는? $p, q \geq 1$ 이다.

5번 $p+q-1$

해설

한쪽이 먼저 소진되면 남은 원소는 비교 없이 복사한다. 마지막 하나를 남길 때까지 비교할 수 있다.

문제 04

안정적인 병합 정렬에서 양쪽 현재 키가 같을 때 먼저 꺼낼 원소는?

- 1 같은 키의 대표 하나만 남긴다
- 2 오른쪽 원소를 먼저 꺼내고 끝에서 전체를 뒤집는다
- 3 두 원소 중 삽입 위치가 더 뒤인 쪽을 먼저 쓴다
- 4 동률을 임의로 처리해도 안정성이 항상 유지된다
- 5 왼쪽 부분의 원소

문제 04 정답과 해설

안정적인 병합 정렬에서 양쪽 현재 키가 같을 때 먼저 꺼낼 원소는?

5번 왼쪽 부분의 원소

해설

원래 배열에서 왼쪽 부분이 앞에 있으므로 동등 키의 상대 순서를 보존한다.

문제 05

일반 합병 정렬의 점화식은? 분할 크기는 절반, 병합은 선형이다.

1 $T(n) = T(n/2) + \Theta(1)$

2 $T(n) = 4T(n/2) + \Theta(n^2)$

3 $T(n) = T(n-1) + \Theta(1)$

4 $T(n) = 2T(n-1) + \Theta(1)$

5 $T(n) = 2T(n/2) + \Theta(n)$

문제 05 정답과 해설

일반 합병 정렬의 점화식은? 분할 크기는 절반, 병합은 선형이다.

$$\text{5번 } T(n)=2T(n/2)+\Theta(n)$$

해설

두 부분을 모두 재귀적으로 정렬하고 전체 길이에 비례해 병합한다.

문제 06

이미 정렬된 입력에도 병합을 생략하지 않는 일반 합병 정렬의 시간 차수는?

1 $\Theta(1)$

2 $\Theta(n^2)$

3 $\Theta(n \log n)$

4 $\Theta(\log n)$

5 $\Theta(n)$

문제 06 정답과 해설

이미 정렬된 입력에도 병합을 생략하지 않는 일반 합병 정렬의 시간 차수는?

3번 $\Theta(n \log n)$

해설

모든 재귀 단계에서 각 원소를 병합하므로 최선 입력에서도 같은 점근적 비용이다.

문제 07

총 n 개($n \geq 2$)의 원소를 가진 두 정렬 배열을 한 번 병합한다. 최악의 원소 비교 횟수의 차수는?

- 1 $\Theta(n^2)$
- 2 $\Theta(n \log n)$ 가 반드시 필요
- 3 $\Theta(1)$
- 4 $\Theta(\log n)$ 만 필요
- 5 $\Theta(n)$

문제 07 정답과 해설

총 n 개($n \geq 2$)의 원소를 가진 두 정렬 배열을 한 번 병합한다. 최악의 원소 비교 횟수의 차수는?

5번 $\Theta(n)$

해설

한 번의 비교마다 원소 하나가 확정된다. 최악 $n-1$ 번 비교하므로 $\Theta(n)$ 이다.

문제 08

길이 0 또는 1인 배열이 합병 정렬의 기저 사례인 이유는?

- 1 빈 배열에서는 비교할 값이 없어 반드시 오류가 나야 한다
- 2 두 원소가 같을 때만 기저 사례로 처리할 수 있다
- 3 길이 1에서도 병합용 두 비어 있지 않은 배열이 필요하다
- 4 길이가 1이면 추가로 자기 자신을 정렬해야 한다
- 5 이미 정렬되어 있고 더 나눌 필요가 없다

문제 08 정답과 해설

길이 0 또는 1인 배열이 합병 정렬의 기저 사례인 이유는?

5번 이미 정렬되어 있고 더 나눌 필요가 없다

해설

빈 배열도 정렬된 배열로 취급하면 경계 처리가 자연스럽다.

문제 09

비어 있지 않은 최대 연속 부분배열을 찾는다. 모든 값이 음수라면 정답은?

- 1 0
- 2 가장 큰 원소 하나
- 3 양 끝 원소의 합
- 4 전체 배열의 합
- 5 가장 작은 원소 하나

문제 09 정답과 해설

비어 있지 않은 최대 연속 부분배열을 찾는다. 모든 값이 음수라면 정답은?

2번 가장 큰 원소 하나

해설

빈 구간을 허용하지 않으므로 0으로 초기화하면 잘못된 답이 될 수 있다.

문제 10

분할 정복 최대 연속합에서 고려해야 할 경우는?

- 1 왼쪽 내부와 오른쪽 내부만 비교한다
- 2 양쪽 전체 합과 각 끝 원소만 비교한다
- 3 경계를 가로지르는 구간만 비교한다
- 4 길이가 정확히 $n/2$ 인 연속 구간만 비교한다
- 5 왼쪽 내부·오른쪽 내부·경계를 가로지르는 구간

문제 10 정답과 해설

분할 정복 최대 연속합에서 고려해야 할 경우는?

5번 왼쪽 내부·오른쪽 내부·경계를 가로지르는 구간

해설

모든 연속 구간은 이 세 경우 중 하나에 속한다.

문제 11

경계를 가로지르는 최대 연속합의 올바른 계산은?

- 1 왼쪽 정답과 오른쪽 정답 중 작은 값
- 2 왼쪽 최대 접두 합+오른쪽 최대 접미 합
- 3 왼쪽 전체 최댓값+오른쪽 전체 최댓값
- 4 왼쪽 최대 접미 합+오른쪽 최대 접두 합
- 5 양쪽 전체 합의 최솟값

문제 11 정답과 해설

경계를 가로지르는 최대 연속합의 올바른 계산은?

4번 왼쪽 최대 접미 합+오른쪽 최대 접두 합

해설

경계를 반드시 포함해야 하므로 왼쪽 끝부분과 오른쪽 앞부분이 이어져야 한다.

문제 12

최대 교차합 계산에서 왼쪽과 오른쪽 스캔은 각각 어디서 시작하는가? 닫힌 구간을 mid에서 나눈다.

- 1 lo와 hi
- 2 hi와 mid+1
- 3 mid-1과 mid
- 4 mid와 mid+1
- 5 lo와 mid

문제 12 정답과 해설

최대 교차합 계산에서 왼쪽과 오른쪽 스캔은 각각 어디서 시작하는가? 닫힌 구간을 mid 에서 나눈다.

4번 mid 와 $mid+1$

해설

왼쪽 부분은 mid 를 포함하고 오른쪽 부분은 $mid+1$ 에서 시작한다.

문제 13

교차합을 매번 선형 스캔하는 분할 정복 최대 연속합의 시간은?

1 $\Theta(n^2 \log n)$

2 $\Theta(n \log n)$

3 $\Theta(n^2)$

4 $\Theta(n)$

5 $\Theta(\log n)$

문제 13 정답과 해설

교차합을 매번 선형 스캔하는 분할 정복 최대 연속합의 시간은?

2번 $\Theta(n \log n)$

해설

두 절반의 답과 선형 결합으로 $T(n)=2T(n/2)+\Theta(n)$ 이다.

문제 14

최대 연속합과 임의 부분집합의 최대 합이 다른 이유는?

- 1 선택한 원소의 개수를 항상 $n/2$ 로 제한한다
- 2 첫 원소와 마지막 원소를 반드시 함께 선택한다
- 3 선택 전에 원소를 오름차순으로 재배열한다
- 4 양수 원소만 입력받는다
- 5 선택한 인덱스가 연속이어야 한다

문제 14 정답과 해설

최대 연속합과 임의 부분집합의 최대 합이 다른 이유는?

5번 선택한 인덱스가 연속이어야 한다

해설

중간 음수도 구간의 일부로 포함해야 한다. 양수만 골라 더하는 문제와 다르다.

문제 15

서로 다른 n 개의 평면 점을 완전 탐색으로 비교할 때 점 쌍의 수는?

1 $n(n-1)/2$

2 n^2

3 $n!$

4 2^n

5 $n-1$

문제 15 정답과 해설

서로 다른 n 개의 평면 점을 완전 탐색으로 비교할 때 점 쌍의 수는?

1번 $n(n-1)/2$

해설

순서 없는 두 점 조합을 한 번씩 비교한다.

문제 16

최근접 쌍에서 $d = \min(d_L, d_R)$ 이다. 교차 후보를 분할선 주변 폭 $2d$ 띠로 제한하는 이유는?

- 1 같은 쪽의 답을 무시해도 되기 때문이다
- 2 띠 밖 점을 포함한 교차 쌍은 거리가 d 보다 작을 수 없다
- 3 띠 안의 점 수가 항상 7개이기 때문이다
- 4 모든 점의 y 가 같기 때문이다
- 5 좌표가 정수이기 때문이다

문제 16 정답과 해설

최근접 쌍에서 $d = \min(d_L, d_R)$ 이다. 교차 후보를 분할선 주변 폭 $2d$ 띠로 제한하는 이유는?

2번 띠 밖 점을 포함한 교차 쌍은 거리가 d 보다 작을 수 없다

해설

교차 쌍의 수평 거리만으로도 d 이상이 되면 개선할 수 없다.

문제 17

최근접 쌍의 띠를 y 순서로 보는 핵심 목적은?

- 1 세로 거리가 d 이상인 후보를 제외한다
- 2 같은 쪽의 최근접 거리 계산을 생략한다
- 3 수평 거리가 d 미만인 모든 쌍의 거리를 0으로 본다
- 4 y 차이가 작으면 실제 거리도 반드시 d 미만이라고 확정한다
- 5 띠 안의 전체 점 수를 항상 7개 이하로 만든다

문제 17 정답과 해설

최근접 쌍의 띠를 y 순서로 보는 핵심 목적은?

1번 세로 거리가 d 이상인 후보를 제외한다

해설

y 차이가 이미 d 이상이면 유클리드 거리도 d 이상이다.

문제 18

최근접 쌍의 각 재귀 호출에서 띠를 다시 $\Theta(n \log n)$ 에 정렬한다. 전체 차수는?

1 $\Theta(n^2 \log^2 n)$

2 $\Theta(n)$

3 $\Theta(n \log^2 n)$

4 $\Theta(n^3)$

5 $\Theta(\log n)$

문제 18 정답과 해설

최근접 쌍의 각 재귀 호출에서 띠를 다시 $\Theta(n \log n)$ 에 정렬한다. 전체 차수는?

3번 $\Theta(n \log^2 n)$

해설

$T(n)=2T(n/2)+\Theta(n \log n)$ 을 층별로 합하면 로그 인수가 하나 더 생긴다.

문제 19

최근접 쌍을 $O(n \log n)$ 에 구현할 때 필요한 결합 조건은?

- 1 y 정렬 순서를 재사용하여 결합을 선형으로 한다
- 2 x 정렬만 유지하면 띠 검사 순서는 무관하다
- 3 띠 안의 모든 점 쌍을 제한 없이 비교한다
- 4 매 재귀 호출에서 띠 전체를 새로 비교 정렬한다
- 5 처음에 한 번 y 정렬하면 재귀 분할 후 순서 유지가 필요 없다

문제 19 정답과 해설

최근접 쌍을 $O(n \log n)$ 에 구현할 때 필요한 결합 조건은?

1번 y 정렬 순서를 재사용하여 결합을 선형으로 한다

해설

초기 정렬 뒤 정렬 순서를 재귀 분할과 병합으로 유지하면 각 층 비용이 선형이다.

문제 20

최근접 쌍에서 서로 다른 인덱스의 두 점 좌표가 같으면 최소 거리는?

1 무한대

2 -1

3 1

4 좌표 합

5 0

문제 20 정답과 해설

최근접 쌍에서 서로 다른 인덱스의 두 점 좌표가 같으면 최소 거리는?

5번 0

해설

같은 좌표의 두 점도 서로 다른 점 항목이면 거리가 0이다.

문제 21

제공거리로 최근접 쌍을 비교해도 되는 이유는?

- 1 제공거리를 쓰면 좌표 차이의 오버플로도 사라진다
- 2 제공거리를 쓰면 최근접 쌍 후보를 비교할 필요가 없다
- 3 비음수에서 제공근이 엄격히 증가한다
- 4 제공 연산은 모든 음수와 양수에서 순서를 보존한다
- 5 정수 좌표이면 서로 다른 모든 점 쌍의 거리가 다르다

문제 21 정답과 해설

제공거리로 최근접 쌍을 비교해도 되는 이유는?

3번 비음수에서 제공근이 엄격히 증가한다

해설

거리 순위는 제공거리 순위와 같으므로 비교마다 제공근을 구하지 않아도 된다.

문제 22

흑백 쿼드트리에서 현재 영역이 한 색이면 올바른 처리는?

- 1 그 색 하나를 기록하고 종료한다
- 2 색 대신 영역의 넓이만 기록한다
- 3 색 대신 검은 칸의 개수만 기록한다
- 4 반드시 1×1 이 될 때까지 나눈다
- 5 같은 색이어도 네 자식의 기록을 모두 저장한다

문제 22 정답과 해설

흑백 쿼드트리에서 현재 영역이 한 색이면 올바른 처리는?

1번 그 색 하나를 기록하고 종료한다

해설

균일 영역을 리프 하나로 표현하는 것이 압축의 핵심이다.

문제 23

쿼드트리에서 혼합된 정사각형을 나누는 자식 수는?

1 2

2 9

3 3

4 4

5 8

문제 23 정답과 해설

쿼드트리에서 혼합된 정사각형을 나누는 자식 수는?

4번 4

해설

좌상·우상·좌하·우하의 네 사분면으로 나눈다.

문제 24

쿼드트리 부호화 순서를 좌상·우상·좌하·우하로 정했다. 복호화에 이 순서가 필요한 이유는?

- 1 복호화 시 자식을 색 값으로 다시 정렬해야 한다
- 2 부호 길이만 같으면 방문 순서는 달라도 된다
- 3 각 부분의 공간 위치를 복원해야 하기 때문이다
- 4 색이 두 가지이면 사분면의 순서는 정보에 영향을 주지 않는다
- 5 자식들의 색 빈도만 알면 위치는 자동으로 복원된다

문제 24 정답과 해설

쿼드트리 부호화 순서를 좌상·우상·좌하·우하로 정했다. 복호화에 이 순서가 필요한 이유는?

3번 각 부분의 공간 위치를 복원해야 하기 때문이다

해설

색 목록만 같아도 자식 순서가 달라지면 복원 영상이 달라진다.

문제 25

흑백 쿼드트리 압축 효과가 가장 큰 예는?

- 1 끝까지 분할해야 하는 영상
- 2 1칸마다 색이 바뀌는 큰 체커보드
- 3 전체가 한 색인 영상
- 4 모든 리프가 1×1 이 되는 큰 영상
- 5 모든 2×2 블록이 혼합된 영상

문제 25 정답과 해설

흑백 쿼드트리 압축 효과가 가장 큰 예는?

3번 전체가 한 색인 영상

해설

전체 한 색이면 크기와 무관하게 색 기호 하나로 표현할 수 있다.

문제 26

쿼드트리를 이용한 충돌 후보 탐색에서 주의할 점은?

- 1 모든 객체는 점 하나와 완전히 같다
- 2 경계를 걸친 객체와 이웃 영역을 누락하지 않는다
- 3 후보만 같으면 정밀 검사는 필요 없다
- 4 객체 크기는 고려하지 않아도 된다
- 5 다른 리프 객체는 절대로 충돌하지 않는다

문제 26 정답과 해설

쿼드트리를 이용한 충돌 후보 탐색에서 주의할 점은?

2번 경계를 걸친 객체와 이웃 영역을 누락하지 않는다

해설

공간 분할은 후보를 줄이는 장치다. 실제 영역이 겹치는 객체는 경계 양쪽에도 있을 수 있다.

문제 27

마스터 정리 $T(n)=aT(n/b)+f(n)$ 에서 a 의 의미는?

- 1 재귀 부분 문제의 개수
- 2 부분 문제 크기를 나누는 비율
- 3 각 기저 사례에 남는 입력 크기
- 4 재귀 트리의 전체 깊이
- 5 재귀 호출 외 결합 비용의 지수

문제 27 정답과 해설

마스터 정리 $T(n)=aT(n/b)+f(n)$ 에서 a 의 의미는?

1번 재귀 부분 문제의 개수

해설

b 는 크기 축소 비율, $f(n)$ 은 재귀 호출 외 작업 비용이다.

문제 28

$T(n)=4T(n/2)+\Theta(n)$, $T(1)=\Theta(1)$ 의 차수는?

1 $\Theta(n)$

2 $\Theta(n^2)$

3 $\Theta(\log n)$

4 $\Theta(n^2 \log n)$

5 $\Theta(n \log n)$

문제 28 정답과 해설

$T(n)=4T(n/2)+\Theta(n)$, $T(1)=\Theta(1)$ 의 차수는?

2번 $\Theta(n^2)$

해설

기준 지수 $\log_2 4=2$ 이고 결합 비용은 그보다 다항식 차이로 작다.

문제 29

$T(n)=2T(n/2)+\Theta(n^2)$ 의 차수는?

- 1 $\Theta(n)$
- 2 $\Theta(\log n)$
- 3 $\Theta(n \log n)$
- 4 $\Theta(n^2)$
- 5 $\Theta(n^3)$

문제 29 정답과 해설

$T(n)=2T(n/2)+\Theta(n^2)$ 의 차수는?

4번 $\Theta(n^2)$

해설

각 아래 층의 전체 비용이 절반으로 줄어 최상위 층이 지배한다.

문제 30

$T(n)=3T(n/2)+\Theta(n)$ 의 차수는?

1 $\Theta(n^{\log_2 3})$

2 $\Theta(\log n)$

3 $\Theta(n^3)$

4 $\Theta(n \log n)$

5 $\Theta(n^2)$

문제 30 정답과 해설

$T(n)=3T(n/2)+\Theta(n)$ 의 차수는?

1번 $\Theta(n^{\log_2 3})$

해설

기준 지수 $\log_2 3 \approx 1.585$ 가 결합 비용의 지수 1보다 크다.

문제 31

$T(n)=T(n-1)+n$ 에 기본 마스터 정리를 바로 적용할 수 없는 이유는?

- 1 부분 문제 크기가 n/b 꼴의 고정 비율이 아니다
- 2 재귀 호출 개수가 반드시 2 이상이어야 하기 때문이다
- 3 a 와 b 가 같은 값이어야 하기 때문이다
- 4 $T(1)$ 이 상수이면 정리를 쓸 수 없기 때문이다
- 5 결합 비용이 선형이면 정리를 쓸 수 없기 때문이다

문제 31 정답과 해설

$T(n)=T(n-1)+n$ 에 기본 마스터 정리를 바로 적용할 수 없는 이유는?

1번 부분 문제 크기가 n/b 꼴의 고정 비율이 아니다

해설

한 칸 감소 점화식은 대입이나 합으로 분석한다.

문제 32

n 은 2의 거듭제곱이다. 병합 정렬에서 각 층의 처리량은 $\Theta(n)$, 층수는 $\Theta(\log_2 n)$ 이다. 전체 시간 복잡도는?

1 $\Theta(n)$

2 $\Theta(n \log n)$

3 $\Theta(\log n)$

4 $\Theta(n^2)$

5 $\Theta(1)$

문제 32 정답과 해설

n 은 2의 거듭제곱이다. 병합 정렬에서 각 층의 처리량은 $\Theta(n)$, 층수는 $\Theta(\log_2 n)$ 이다. 전체 시간 복잡도는?

2번 $\Theta(n \log n)$

해설

층마다 n 에 비례하는 작업을 $\log_2 n$ 에 비례하는 횟수만큼 하므로 $\Theta(n \log n)$ 이다.

문제 33

카라추바에서 $x=x_1B+x_0, y=y_1B+y_0$ 이다. 필요한 교차항은?

1 $x_1y_1-x_0y_0$

2 $(x_1-x_0)(y_1-y_0)$

3 $x_1y_1+x_0y_0$

4 $(x_1+x_0)(y_1+y_0)-x_1y_1-x_0y_0$

5 $x_1+y_1+x_0+y_0$

문제 33 정답과 해설

카라추바에서 $x=x_1B+x_0, y=y_1B+y_0$ 이다. 필요한 교차항은?

4번 $(x_1+x_0)(y_1+y_0)-x_1y_1-x_0y_0$

해설

합의 곱에서 양 끝 곱을 빼면 $x_1y_0+x_0y_1$ 이 남는다.

문제 34

카라추바가 절반 크기 곱셈을 줄이는 개수는?

1 n 번에서 항상 1번

2 4번에서 3번

3 8번에서 7번

4 4번에서 2번

5 3번에서 1번

문제 34 정답과 해설

카라추바가 절반 크기 곱셈을 줄이는 개수는?

2번 4번에서 3번

해설

대수적 항등식으로 교차항 둘을 하나의 곱으로 계산한다.

문제 35

자리 분할 $x = x_1 \cdot 10^m + x_0$ 에서 올바른 x_1, x_0 는?

- 1 $x+m, x-m$
- 2 $x//10^m, x \bmod 10^m$
- 3 $x \bmod 10^m, x//10^m$
- 4 $x-m, m$
- 5 $x//m, x \bmod m$

문제 35 정답과 해설

자리 분할 $x = x_1 \cdot 10^m + x_0$ 에서 올바른 x_1, x_0 는?

2번 $x // 10^m, x \bmod 10^m$

해설

몫이 높은 자리, 나머지가 낮은 자리이다.

문제 36

표준 $n \times n$ 행렬 곱셈의 스칼라 곱셈 개수는?

1 n^2

2 $2n$

3 $\log_2 n$

4 n^3

5 n

문제 36 정답과 해설

표준 $n \times n$ 행렬 곱셈의 스칼라 곱셈 개수는?

4번 n^3

해설

결과 n^2 칸마다 길이 n 인 내적을 계산한다.

문제 37

슈트라센은 2×2 블록 곱셈의 재귀 곱셈 횟수를 어떻게 바꾸는가?

- 1 8번에서 4번
- 2 7번에서 2번
- 3 2번에서 1번
- 4 8번에서 7번
- 5 4번에서 3번

문제 37 정답과 해설

슈트라센은 2×2 블록 곱셈의 재귀 곱셈 횟수를 어떻게 바꾸는가?

4번 8번에서 7번

해설

추가 덧셈과 뺄셈을 사용해 한 번의 블록 곱셈을 줄인다.

문제 38

슈트라센의 $T(n) = 7T(n/2) + \Theta(n^2)$ 에서 차수는?

- 1 $\Theta(n^2)$
- 2 $\Theta(\log n)$
- 3 $\Theta(n^3 \log n)$
- 4 $\Theta(n^{\log_2 7})$
- 5 $\Theta(n^2 \log n)$

문제 38 정답과 해설

슈트라센의 $T(n)=7T(n/2)+\Theta(n^2)$ 에서 차수는?

4번 $\Theta(n^{\log_2 7})$

해설

$\log_2 7 \approx 2.807$ 이다. 결합의 이차 비용보다 재귀 곱셈의 지수가 크다.

문제 39

행렬 크기가 2의 거듭제곱이 아니어도 슈트라센을 적용하는 한 방법은?

- 1 0으로 채워 다음 2의 거듭제곱 크기로 확장한다
- 2 입력을 반올림해 더 작은 2의 거듭제곱 크기로 줄인다
- 3 1로 채워 확장한 뒤 원래 크기만 취한다
- 4 행만 확장하고 열은 그대로 두어 정사각형 블록으로 나눈다
- 5 남는 행과 열은 계산에서 제외한다

문제 39 정답과 해설

행렬 크기가 2의 거듭제곱이 아니어도 슈트라센을 적용하는 한 방법은?

1번 0으로 채워 다음 2의 거듭제곱 크기로 확장한다

해설

0 패딩 후 원래 크기 결과만 취하면 원래 곱을 보존한다.

문제 40

카라추바·슈트라센이 작은 입력에서 항상 더 빠르다고 할 수 없는 이유는?

- 1 재귀 곱셈 횟수 감소만으로 실제 시간을 정확히 알 수 있다
- 2 기저 사례를 없애면 작은 입력에서 반드시 더 빠르다
- 3 추가 연산과 호출 비용의 상수가 크기 때문이다
- 4 추가 덧셈은 곱셈을 줄여도 실행 시간에 영향을 주지 않는다
- 5 점근 차수가 작으면 모든 입력 크기에서 더 빠르다

문제 40 정답과 해설

카라추바·슈트라센이 작은 입력에서 항상 더 빠르다고 할 수 없는 이유는?

3번 추가 연산과 호출 비용의 상수가 크기 때문이다

해설

점근적 성장률과 특정 크기·환경의 실제 실행 시간은 구분해야 한다.

문제 41

[1,4,7]과 [2,3,8]을 표준 병합한다. 결과와 원소 비교 횟수를 쓰시오.

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 41 정답과 해설

[1,4,7]과 [2,3,8]을 표준 병합한다. 결과와 원소 비교 횟수를 쓰시오.

[1,2,3,4,7,8], 5회

해설

1:2,4:2,4:3,4:8,7:8을 비교한 뒤 남은 8을 복사한다.

문제 42

[1,2]와 [3,4,5]를 병합한다. 양쪽 현재 값의 비교 횟수는?

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 42 정답과 해설

[1,2]와 [3,4,5]를 병합한다. 양쪽 현재 값의 비교 횟수는?

2회

해설

1과 3,2와 3을 비교한 뒤 오른쪽 나머지를 복사한다.

문제 43

[8,3,6,1]을 합병 정렬한다. 가장 아래의 두 병합 결과와 최종 결과를 쓰시오.

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 43 정답과 해설

[8,3,6,1]을 합병 정렬한다. 가장 아래의 두 병합 결과와 최종 결과를 쓰시오.

[3,8], [1,6]; [1,3,6,8]

해설

각 두 원소를 먼저 정렬한 뒤 두 정렬 배열을 병합한다.

문제 44

길이 8의 배열을 한 원소까지 반으로 나눈다. 리프 수와 내부 병합 호출 수는?

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 44 정답과 해설

길이 8의 배열을 한 원소까지 반으로 나눈다. 리프 수와 내부 병합 호출 수는?

8개, 7회

해설

리프 8개인 완전 이진 재귀 트리의 내부 노드는 7개이다.

문제 45

$T(1)=0$, $T(n)=2T(n/2)+n$ 이다. $T(8)$ 을 구하시오.

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 45 정답과 해설

$T(1)=0$, $T(n)=2T(n/2)+n$ 이다. $T(8)$ 을 구하시오.

24

해설

각 병합 층 비용이 8이고 병합 층이 3개이다.

문제 46

$[-4, 7, -2, 5, -9, 3]$ 의 비어 있지 않은 최대 연속합과 해당 구간을 쓰시오. 인덱스는 0부터이다.

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 46 정답과 해설

$[-4, 7, -2, 5, -9, 3]$ 의 비어 있지 않은 최대 연속합과 해당 구간을 쓰시오. 인덱스는 0부터이다.

10, [1,3]

해설

$7 - 2 + 5 = 10$ 이며 양옆의 -4 나 -9 를 포함하면 줄어든다.

문제 47

$[-8, -3, -5]$ 의 비어 있지 않은 최대 연속합과 구간을 쓰시오.

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 47 정답과 해설

$[-8, -3, -5]$ 의 비어 있지 않은 최대 연속합과 구간을 쓰시오.

$-3, [1, 1]$

해설

가장 덜 작은 원소 하나를 고른다. 빈 구간 0은 허용되지 않는다.

문제 48

$[4, -6, 3, 5, -2, 1]$ 을 인덱스 $[0, 2]$ 와 $[3, 5]$ 로 나눈다. 왼쪽 최대 접미 합, 오른쪽 최대 접두 합, 교차합은? 각 구간은 비어 있지 않다.

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 48 정답과 해설

$[4, -6, 3, 5, -2, 1]$ 을 인덱스 $[0, 2]$ 와 $[3, 5]$ 로 나눈다. 왼쪽 최대 접미 합, 오른쪽 최대 접두 합, 교차합은? 각 구간은 비어 있지 않다.

3, 5, 8

해설

왼쪽은 $[3]$ 이 3, 오른쪽은 $[5]$ 가 5로 최대이다. 경계 연결 구간은 $[3, 5]$ 이다.

문제 49

$[5, -100, 6]$ 에서 양수만 더한 값과 실제 최대 연속합을 각각 쓰시오.

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 49 정답과 해설

$[5, -100, 6]$ 에서 양수만 더한 값과 실제 최대 연속합을 각각 쓰시오.

11, 6

해설

5와 6을 함께 포함하려면 -100 도 포함해야 한다.

문제 50

길이 6인 배열의 비어 있지 않은 연속 구간 개수를 구하시오.

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 50 정답과 해설

길이 6인 배열의 비어 있지 않은 연속 구간 개수를 구하시오.

21개

해설

길이별 $6+5+4+3+2+1=n(n+1)/2$ 이다.

문제 51

$[2, -1, 2, -1]$ 의 전체 합, 최대 접두 합, 최대 접미 합, 최대 연속합을 쓰시오.

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 51 정답과 해설

$[2, -1, 2, -1]$ 의 전체 합, 최대 접두 합, 최대 접미 합, 최대 연속합을 쓰시오.

2,3,2,3

해설

접두 최대는 처음 3개, 접미 최대는 전체, 연속 최대는 인덱스 0~2이다.

문제 52

점 $A(0,0), B(3,4), C(3,0), D(10,10)$ 의 최근접 쌍과 제공거리를 쓰시오.

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 52 정답과 해설

점 $A(0,0), B(3,4), C(3,0), D(10,10)$ 의 최근접 쌍과 제곱거리를 쓰시오.

A-C,9

해설

A-C는 3, B-C는 4이고 다른 쌍들은 더 멀다.

문제 53

점 $(-2, 1)$ 과 $(1, 5)$ 의 제곱거리와 거리를 쓰시오.

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 53 정답과 해설

점 $(-2,1)$ 과 $(1,5)$ 의 제곱거리와 거리를 쓰시오.

25,5

해설

좌표 차가 3과 4이므로 $3^2+4^2=25$ 이다.

문제 54

$d_L=6, d_R=4$ 인 최근접 쌍 분할에서 d 와 분할선 $x=10$ 주변의 개선 후보 조건을 쓰시오.

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 54 정답과 해설

$d_L=6, d_R=4$ 인 최근접 쌍 분할에서 d 와 분할선 $x=10$ 주변의 개선 후보 조건을 쓰시오.

$d=4, 6 < x < 14$

해설

기존 거리 4보다 엄격히 작은 쌍만 찾으려면 수평 거리도 4보다 작아야 한다.

문제 55

점 12개의 모든 순서 없는 쌍을 비교한다. 거리 계산 횟수는?

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 55 정답과 해설

점 12개의 모든 순서 없는 쌍을 비교한다. 거리 계산 횟수는?

66회

해설

$12 \times 11 / 2 = 66$ 이다.

문제 56

2×2 영상의 행이 01,10이다. 혼합 영역은 괄호로 감싸고 좌상·우상·좌하·우하 순으로 부호화하시오.

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 56 정답과 해설

2×2 영상의 행이 01,10이다. 혼합 영역은 괄호로 감싸고 좌상·우상·좌하·우하 순으로 부호화하시오.

(0110)

해설

네 칸이 각각 0,1,1,0이므로 그 순서로 적는다.

문제 57

4×4 영상의 네 행이 0011,0011,1100,1100이다. 균일하면 색 하나, 혼합이면 (좌상
우상 좌하 우하) 순으로 부호화한 결과는?

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 57 정답과 해설

4×4 영상의 네 행이 0011,0011,1100,1100이다. 균일하면 색 하나, 혼합이면 (좌상 우상 좌하 우하) 순으로 부호화한 결과는?

(0110)

해설

네 사분면이 각각 한 색이므로 각 사분면을 한 기호로 기록한다.

문제 58

4×4 영상 전체가 1이다. 쿼드트리 부호와 리프 수는?

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 58 정답과 해설

4×4 영상 전체가 1이다. 쿼드트리 부호와 리프 수는?

1, 1개

해설

루트에서 균일하므로 자식을 만들지 않는다.

문제 59

2×2 영상의 각 칸까지 모두 분할했다. 내부 노드 수와 리프 수는?

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 59 정답과 해설

2×2 영상의 각 칸까지 모두 분할했다. 내부 노드 수와 리프 수는?

1개, 4개

해설

혼합 루트 하나와 네 단위 칸 리프가 있다.

문제 60

한 번 8인 영상을 끝까지 쿼드트리로 분할한다. 루트 깊이를 0이라 할 때 리프 깊이와 리프 수는?

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 60 정답과 해설

한 번 8인 영상을 끝까지 쿼드트리로 분할한다. 루트 깊이를 0이라 할 때 리프 깊이와 리프 수는?

깊이 3, 64개

해설

변 길이 $8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ 이며 마지막 칸은 8^2 개이다.

문제 61

$T(n)=9T(n/3)+\Theta(n)$ 에서 a, b , 기준 지수 $\log_b a$ 를 쓰시오.

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 61 정답과 해설

$T(n)=9T(n/3)+\Theta(n)$ 에서 a, b , 기준 지수 $\log_b a$ 를 쓰시오.

9,3,2

해설

부분 문제 9개가 각각 $n/3$ 크기이고 $3^2=9$ 이다.

문제 62

$T(n)=8T(n/2)+\Theta(n^2)$ 의 차수를 쓰시오.

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 62 정답과 해설

$T(n)=8T(n/2)+\Theta(n^2)$ 의 차수를 쓰시오.

$\Theta(n^3)$

해설

기준 지수 3이 결합 지수 2보다 크므로 재귀 하위 층이 지배한다.

문제 63

$T(n)=4T(n/2)+\Theta(n^2)$ 의 차수를 쓰시오.

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 63 정답과 해설

$T(n)=4T(n/2)+\Theta(n^2)$ 의 차수를 쓰시오.

$\Theta(n^2 \log n)$

해설

각 층 비용이 $\Theta(n^2)$ 이고 층 수가 $\Theta(\log n)$ 이다.

문제 64

재귀식 $T(n)=2T(n/2)+n$, $T(1)=1$ 이 주어졌다. $T(2)$, $T(4)$, $T(8)$ 을 이 순서로 구하시오.

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 64 정답과 해설

재귀식 $T(n)=2T(n/2)+n$, $T(1)=1$ 이 주어졌다. $T(2)$, $T(4)$, $T(8)$ 을 이 순서로 구하시오.

$T(2)=4$, $T(4)=12$, $T(8)=32$

해설

$T(2)=2 \times 1 + 2 = 4$, $T(4)=2 \times 4 + 4 = 12$, $T(8)=2 \times 12 + 8 = 32$ 이다.

문제 65

12×34 를 $B=10$ 으로 카라추바 계산한다.

$M1=x_1y_1, M2=x_0y_0, M3=(x_1+x_0)(y_1+y_0)$ 를 쓰시오.

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 65 정답과 해설

12×34 를 $B=10$ 으로 카라추바 계산한다. $M1=x_1y_1, M2=x_0y_0, M3=(x_1+x_0)(y_1+y_0)$ 를 쓰시오.

$M1=3, M2=8, M3=21$

해설

$x_1=1, x_0=2, y_1=3, y_0=4$ 이다. 합의 곱은 $3 \times 7 = 21$ 이다.

문제 66

12×34 를 $B=10$ 의 카라추바로 계산한다. 고위 곱 3, 저위 곱 8, 두 부분 합의 곱 21이다. 교차항과 최종 곱을 쓰시오.

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 66 정답과 해설

12×34 를 $B=10$ 의 카라추바로 계산한다. 고위 곱 3, 저위 곱 8, 두 부분 합의 곱 21이다. 교차항과 최종 곱을 쓰시오.

10,408

해설

교차항 $21 - 3 - 8 = 10$, 결과 $3 \times 100 + 10 \times 10 + 8 = 408$ 이다.

문제 67

12345를 $m=2$ 자리로 나눈다. 높은 부분과 낮은 부분을 쓰시오.

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 67 정답과 해설

12345를 $m=2$ 자리로 나눈다. 높은 부분과 낮은 부분을 쓰시오.

123,45

해설

$12345=123\times 100+45$ 이다. 두 부분 길이가 꼭 같을 필요는 없다.

문제 68

$A = [[1, 2], [3, 4]]$, $B = [[2, 0], [1, 2]]$ 의 곱을 구하시오.

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 68 정답과 해설

$A = [[1, 2], [3, 4]]$, $B = [[2, 0], [1, 2]]$ 의 곱을 구하시오.

$[[4, 4], [10, 8]]$

해설

각 결과 칸은 A의 행과 B의 열의 내적이다.

문제 69

2×2 행렬 두 개를 표준 방식과 슈트라센 한 단계로 곱한다. 각각의 스칼라 곱셈 횟수는?

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 69 정답과 해설

2×2 행렬 두 개를 표준 방식과 슈트라센 한 단계로 곱한다. 각각의 스칼라 곱셈 횟수는?

8회, 7회

해설

표준은 결과 4칸에 곱셈 2회씩, 슈트라센은 7개 중간 곱을 재사용한다.

문제 70

한 번 8의 행렬을 스칼라까지 슈트라센으로 재귀 처리한다. 곱셈 리프 개수는?

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 70 정답과 해설

한 번 8의 행렬을 스칼라까지 슈트라센으로 재귀 처리한다. 곱셈 리프 개수는?

343개

해설

분할 깊이가 3이고 각 내부 노드에 7개 곱셈 자식이 있어 $7^3=343$ 이다.

문제 71

표준 병합에서 두 현재 원소 중 작은 것을 먼저 출력해도 되는 이유를 설명하시오.

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 71 정답과 해설

표준 병합에서 두 현재 원소 중 작은 것을 먼저 출력해도 되는 이유를 설명하시오.

각 입력이 정렬되어 있어 현재 원소가 그 입력의 남은 최솟값이다.

해설

두 최솟값 중 작은 값은 전체 남은 원소의 최솟값이다. 이를 반복하면 정렬 결과가 된다.

문제 72

병합의 동등 키에서 오른쪽을 우선하면 안정성이 깨지는 최소 반례를 제시하시오.

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 72 정답과 해설

병합의 동등 키에서 오른쪽을 우선하면 안정성이 깨지는 최소 반례를 제시하시오.

왼쪽 [2A], 오른쪽 [2B]이면 결과가 [2B,2A]가 된다.

해설

원래 앞에 있던 A가 뒤로 이동했다. 왼쪽을 우선하면 같은 키의 상대 순서가 유지된다.

문제 73

합병 정렬에서 반열린 구간 $[lo, hi)$ 를 쓰는 장점과 기저 조건을 설명하시오.

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 73 정답과 해설

합병 정렬에서 반열린 구간 $[lo, hi)$ 를 쓰는 장점과 기저 조건을 설명하시오.

길이가 $hi - lo$ 이고 $hi - lo \leq 1$ 이면 종료한다. 분할은 $[lo, mid), [mid, hi)$ 이다.

해설

원소가 중복되거나 빠지지 않고 빈 구간도 길이 0으로 표현된다.

문제 74

최대 연속합을 왼쪽 정답과 오른쪽 정답만 비교하면 틀리는 반례를 제시하시오.

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 74 정답과 해설

최대 연속합을 왼쪽 정답과 오른쪽 정답만 비교하면 틀리는 반례를 제시하시오.

[2,3]을 둘로 나누면 각 답은 2,3이나 전체 답은 5이다.

해설

경계를 가로지르는 구간을 빼먹었다. 왼쪽 최대 접미와 오른쪽 최대 접두를 더한 후보가 필요하다.

문제 75

비어 있지 않은 최대 연속합에서 최댓값을 0으로 초기화하는 코드의 반례와 수정 원칙을 쓰시오.

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 75 정답과 해설

비어 있지 않은 최대 연속합에서 최댓값을 0으로 초기화하는 코드의 반례와 수정 원칙을 쓰시오.

$[-5, -2]$ 에서 잘못된 0이 남는다. 첫 유효 합이나 음의 무한대로 초기화한다.

해설

빈 구간을 허용하지 않는 계약을 초기값과 기저 사례에도 반영해야 한다.

문제 76

최대 교차합이 왼쪽 접미와 오른쪽 접두의 합인 이유를 연속성으로 설명하시오.

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 76 정답과 해설

최대 교차합이 왼쪽 접미와 오른쪽 접두의 합인 이유를 연속성으로 설명하시오.

경계를 지나는 연속 구간은 반드시 mid 와 $\text{mid}+1$ 을 포함한다.

해설

따라서 왼쪽 선택은 mid 에서 끝나고 오른쪽 선택은 $\text{mid}+1$ 에서 시작한다. 두 쪽을 각각 최대화해 합한다.

문제 77

최근접 쌍에서 교차 후보 띠의 전체 점 수가 상수라는 주장이 틀리는 이유를 설명하시오.

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 77 정답과 해설

최근접 쌍에서 교차 후보 띠의 전체 점 수가 상수라는 주장이 틀리는 이유를 설명하시오.

분할선 주변에 세로로 길게 많은 점이 있을 수 있어 띠에는 $\Theta(n)$ 개가 들어갈 수 있다.

해설

상수는 각 점에 대해 검사해야 하는 인접 후보 수이다. 띠 전체가 7개 이하라는 뜻이 아니다.

문제 78

최근접 쌍에서 모든 재귀 호출마다 y 정렬을 다시 하면 $O(n \log n)$ 분석이 깨지는 이유를 설명하시오.

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 78 정답과 해설

최근접 쌍에서 모든 재귀 호출마다 y 정렬을 다시 하면 $O(n \log n)$ 분석이 깨지는 이유를 설명하시오.

결합 비용이 $O(n)$ 이 아니라 $O(n \log n)$ 이 되어 전체 $O(n \log^2 n)$ 이 된다.

해설

정렬된 y 순서를 분할·병합으로 재사용해야 층별 선형 비용을 얻는다.

문제 79

최근접 쌍에서 좌표가 같은 두 입력 점을 집합으로 중복 제거하면 생길 수 있는 문제는?

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 79 정답과 해설

최근접 쌍에서 좌표가 같은 두 입력 점을 집합으로 중복 제거하면 생길 수 있는 문제는?

서로 다른 항목의 거리 0인 최적 쌍을 삭제할 수 있다.

해설

문제의 점은 입력 인덱스로 구분한다. 중복 좌표를 허용하는 계약이면 그대로 처리하거나 즉시 0을 반환한다.

문제 80

쿼드트리 부호화에서 균일 영역의 자식을 더 만들지 않아도 원본을 복원할 수 있는 이유는?

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 80 정답과 해설

쿼드트리 부호화에서 균일 영역의 자식을 더 만들지 않아도 원본을 복원할 수 있는 이유는?

영역의 위치와 크기를 알고 있으므로 색 하나로 모든 칸을 채울 수 있다.

해설

혼합 영역만 정해진 순서의 네 자식을 읽는다. 리프의 색과 재귀 위치가 함께 정보를 보존한다.

문제 81

체커보드 영상에서 퀘드트리 압축 효과를 거의 내지 못하는 이유를 설명하시오.

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 81 정답과 해설

체커보드 영상에서 퀴드트리가 압축 효과를 거의 내지 못하는 이유를 설명하시오.

작은 영역에도 색이 섞여 결국 1×1 까지 내려가야 한다.

해설

N^2 개 리프 기호와 내부 구조 기호가 필요하므로 균일 영상과 달리 출력 크기가 $\Theta(N^2)$ 이다.

문제 82

충돌 탐색에서 같은 쿼드트리 리프의 객체끼리만 검사하는 구현의 반례를 설명하시오.

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 82 정답과 해설

충돌 탐색에서 같은 쿼드트리 리프의 객체끼리만 검사하는 구현의 반례를 설명하시오.

경계 양쪽에 있는 두 큰 객체의 영역이 경계를 넘어 겹칠 수 있다.

해설

서로 다른 리프에 등록됐더라도 경계·이웃 영역을 조회하거나 객체의 전체 경계 상자를 이용해야 한다.

문제 83

병합 정렬이 $[4, 1, 3, 2]$ 를 $[4, 1]$ 과 $[3, 2]$ 로 나눈 뒤 각 절반을 정렬한다. 정렬된 두 절반과 최종 병합 결과를 쓰고, 병합 때 두 배열의 맨 앞 원소 중 어느 쪽을 먼저 고르는지 설명하시오.

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 83 정답과 해설

병합 정렬이 $[4,1,3,2]$ 를 $[4,1]$ 과 $[3,2]$ 로 나눈 뒤 각 절반을 정렬한다. 정렬된 두 절반과 최종 병합 결과를 쓰고, 병합 때 두 배열의 맨 앞 원소 중 어느 쪽을 먼저 고르는지 설명하시오.

$[1,4], [2,3] \rightarrow [1,2,3,4]$. 남은 두 배열의 맨 앞 원소 중 작은 값을 고른다.

해설

각 절반이 정렬되어 있으므로 남은 원소 중 최솟값은 두 맨 앞 원소 중 하나다. 둘 중 작은 것을 결과에 옮긴다.

문제 84

$T(n)=T(n-1)+n$ 을 직접 전개하여 차수를 증명하시오.

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 84 정답과 해설

$T(n)=T(n-1)+n$ 을 직접 전개하여 차수를 증명하시오.

$$n+(n-1)+\dots+1=\Theta(n^2)\text{이다.}$$

해설

부분 문제 크기가 고정 비율 감소가 아니므로 기본 마스터 정리를 억지로 적용하지 않는다.

문제 85

카라추바 교차항 공식을 전개해 정확성을 보이시오.

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 85 정답과 해설

카라추바 교차항 공식을 전개해 정확성을 보이시오.

$$(x_1 + x_0)(y_1 + y_0) - x_1y_1 - x_0y_0 = x_1y_0 + x_0y_1 \text{이다.}$$

해설

이 값을 B배하고 높은 곱에 B^2 를 곱해 더하면 원래 자리값을 복원한다.

문제 86

카라추바의 입력 크기를 정수의 값 자체가 아니라 자릿수로 잡는 이유를 설명하시오.

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 86 정답과 해설

카라추바의 입력 크기를 정수의 값 자체가 아니라 자릿수로 잡는 이유를 설명하시오.

한 번 분할할 때 높은 자리와 낮은 자리로 나누므로 자릿수가 대략 절반이 된다.

해설

값은 일정 비율로 줄지 않는다. 덧셈과 자리 이동 비용도 자릿수에 따라 분석한다.

문제 87

작은 정수 입력에서 카라추바가 표준 곱셈보다 느려도 점근적 분석과 모순되지 않는 이유를 설명하시오.

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 87 정답과 해설

작은 정수 입력에서 카라추바가 표준 곱셈보다 느려도 점근적 분석과 모순되지 않는 이유를 설명하시오.

점근적 차수는 충분히 큰 입력의 성장률이며 상수와 구현 오버헤드를 생략한다.

해설

작은 입력에서는 추가 덧셈·분할·호출 비용이 절감한 곱셈 비용보다 클 수 있다.

문제 88

행렬을 0으로 패딩한 뒤 곱해도 원래 크기 영역의 결과가 유지되는 이유를 내적으로 설명하시오.

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 88 정답과 해설

행렬을 0으로 패딩한 뒤 곱해도 원래 크기 영역의 결과가 유지되는 이유를 내적으로 설명하시오.

추가된 성분은 0이므로 기존 행과 열의 내적에 추가되는 항은 모두 0이다.

해설

확장 행렬의 곱에서 원래 행·열 범위만 잘라내면 원래 곱과 같다.

문제 89

슈트라센 점화식에서 결합 비용 $\Theta(n^2)$ 이 생기는 이유와 전체 차수를 설명하시오.

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 89 정답과 해설

슈트라센 점화식에서 결합 비용 $\Theta(n^2)$ 이 생기는 이유와 전체 차수를 설명하시오.

크기 $n/2$ 블록들의 덧셈·뺄셈은 원소별로 하므로 $\Theta(n^2)$ 이다. 전체 $\Theta(n^{\log_2 7})$ 이다.

해설

재귀 곱셈 7개와 이차 결합 비용을 비교하면 기준 지수 $\log_2 7$ 이 2보다 크다.

문제 90

분할 정복 함수의 기저 사례를 $n==1$ 로만 둘 때 빈 입력에서 생길 수 있는 문제와 수정안을 쓰시오.

풀이 과정과 판단 근거를 함께 쓰시오.

문제 90 정답과 해설

분할 정복 함수의 기저 사례를 $n==1$ 로만 둘 때 빈 입력에서 생길 수 있는 문제와 수정안을 쓰시오.

$n=0$ 을 계속 둘로 나뉘도 0이어서 종료하지 않을 수 있다. $n\leq 1$ 을 기저로 처리한다.

해설

빈 입력의 반환값은 문제마다 다르다. 정렬은 빈 배열을 반환하지만 비어 있지 않은 최대 연속합은 빈 입력을 금지할 수 있다.

문제 91

오름차순 정수 배열 a, b 를 합친 정렬 결과를 `merge_arrays`로 구한다. 각 길이는 $0..500$. 같은 값이면 a 를 먼저 쓴다. C 는 충분한 `out` 배열에 기록한다. Python 또는 C 중 하나로 함수를 작성하시오.

함수의 동작, 경계 처리, 시간 복잡도를 함께 작성하시오.

문제 91 정답과 해설

정렬 배열 병합

두 배열의 맨 앞 미처리 원소를 비교하고 작은 쪽을 출력한다.

해설

시간 $O(n+m)$..

문제 91 Python 구현

정렬 배열 병합

```
01 def merge_arrays(a, b):
02     i = j = 0
03     out = []
04     while i < len(a) and j < len(b):
05         if a[i] <= b[j]:
06             out.append(a[i]); i += 1
07         else:
08             out.append(b[j]); j += 1
09     out.extend(a[i:])
10     out.extend(b[j:])
11     return out
```

시간 $O(n+m)$..

문제 91 C 구현

정렬 배열 병합

```
01 void merge_arrays(const int a[], int n, const int b[],
02                  int m, int out[]) {
03     int i=0, j=0, k=0;
04     while (i<n && j<m) {
05         if (a[i]<=b[j]) out[k++]=a[i++];
06         else out[k++]=b[j++];
07     }
08     while (i<n) out[k++]=a[i++];
09     while (j<m) out[k++]=b[j++];
10 }
```

시간 $O(n+m)$..

문제 92

길이 0..1000의 정수 배열을 병합 정렬하시오. Python `merge_sort(a)`는 새 배열을 반환하고 C `merge_sort(a,lo,hi,tmp)`는 `[lo,hi)`를 정렬한다. `tmp`는 길이 `n`이다. Python의 정렬 병합 함수 `merge_arrays`는 제공된다. Python 또는 C 중 하나로 함수를 작성하시오.

함수의 동작, 경계 처리, 시간 복잡도를 함께 작성하시오.

문제 92 정답과 해설

병합 정렬

길이 1 이하에서 멈추고 양쪽 정렬 결과를 안정적으로 병합한다.

해설

시간 $O(n \log(n+1))$. Python은 앞 문항 `merge_arrays`를 사용한다.

문제 92 Python 구현

병합 정렬

```
01 def merge_sort(a):  
02     if len(a) <= 1:  
03         return a[:]  
04     mid = len(a) // 2  
05     return merge_arrays(merge_sort(a[:mid]),  
06                          merge_sort(a[mid:]))
```

시간 $O(n \log(n+1))$. Python은 앞 문항 merge_arrays를 사용한다.

문제 92 C 구현

병합 정렬

```
01 void merge_sort(int a[], int lo, int hi, int tmp[]) {
02     if (hi-lo <= 1) return;
03     int mid=(lo+hi)/2;
04     merge_sort(a,lo,mid,tmp);
05     merge_sort(a,mid,hi,tmp);
06     int i=lo, j=mid, k=lo;
07     while (i<mid && j<hi) {
08         if (a[i]<=a[j]) tmp[k++]=a[i++];
09         else tmp[k++]=a[j++];
10     }
11     while (i<mid) tmp[k++]=a[i++];
12     while (j<hi) tmp[k++]=a[j++];
13     for (i=lo; i<hi; ++i) a[i]=tmp[i];
14 }
```

시간 $O(n \log(n+1))$. Python은 앞 문항 merge_arrays를 사용한다.

문제 93

정수 배열의 $[lo, hi)$ 에서 $lo < mid < hi$ 다. 양쪽에 적어도 한 원소를 포함하는 최대 연속합 `cross_sum`을 작성한다. $n \leq 1000$, 값은 $-10^6..10^6$. Python 또는 C 중 하나로 함수를 작성하시오.

함수의 동작, 경계 처리, 시간 복잡도를 함께 작성하시오.

문제 93 정답과 해설

경계를 가로지르는 합

왼쪽의 최대 접미사 합과 오른쪽의 최대 접두사 합을 더한다.

해설

시간 $O(h_i - l_o)$. 모두 음수여도 빈 구간을 허용하지 않는다.

문제 93 Python 구현

경계를 가로지르는 합

```
01 def cross_sum(a, lo, mid, hi):
02     total = 0
03     left = a[mid - 1]
04     for i in range(mid - 1, lo - 1, -1):
05         total += a[i]
06         left = max(left, total)
07     total = 0
08     right = a[mid]
09     for i in range(mid, hi):
10         total += a[i]
11         right = max(right, total)
12     return left + right
```

시간 $O(hi-lo)$. 모두 음수여도 빈 구간을 허용하지 않는다.

문제 93 C 구현

경계를 가로지르는 합

```
01 long long cross_sum(const int a[], int lo, int mid, int hi) {
02     long long sum=0, left=a[mid-1], right=a[mid];
03     for (int i=mid-1; i>=lo; --i) {
04         sum+=a[i];
05         if (sum>left) left=sum;
06     }
07     sum=0;
08     for (int i=mid; i<hi; ++i) {
09         sum+=a[i];
10         if (sum>right) right=sum;
11     }
12     return left+right;
13 }
```

시간 $O(hi-lo)$. 모두 음수여도 빈 구간을 허용하지 않는다.

문제 94

비어 있지 않은 배열 $[lo, hi)$ 의 최대 연속합 `max_subarray`를 분할 정복으로 구하시오. 빈 구간은 금지한다. $n \leq 1000$, 값은 $-10^6..10^6$. `cross_sum`은 제공된다. Python 또는 C 중 하나로 함수를 작성하시오.

함수의 동작, 경계 처리, 시간 복잡도를 함께 작성하시오.

문제 94 정답과 해설

분할 정복 최대 연속합

왼쪽, 오른쪽, 경계를 가로지르는 세 후보 중 최댓값을 반환한다.

해설

시간 $O(n \log n)$.

문제 94 Python 구현

분할 정복 최대 연속합

```
01 def max_subarray(a, lo, hi):
02     if hi - lo == 1:
03         return a[lo]
04     mid = (lo + hi) // 2
05     return max(max_subarray(a, lo, mid),
06               max_subarray(a, mid, hi),
07               cross_sum(a, lo, mid, hi))
```

시간 $O(n \log n)$.

문제 94 C 구현

분할 정복 최대 연속합

```
01 long long max_subarray(const int a[], int lo, int hi) {  
02     if (hi-lo == 1) return a[lo];  
03     int mid=(lo+hi)/2;  
04     long long left=max_subarray(a,lo,mid);  
05     long long right=max_subarray(a,mid,hi);  
06     long long cross=cross_sum(a,lo,mid,hi);  
07     long long best=left>right ? left:right;  
08     return best>cross ? best:cross;  
09 }
```

시간 $O(n \log n)$.

문제 95

최근접 쌍 분할 정복의 기저 함수 `closest_base`를 작성한다. 점 2~3개이며 좌표는 $-10000..10000$ 의 정수다. 최소 거리의 제곱을 반환한다. C 입력은 `x[],y[],n`이다. Python 또는 C 중 하나로 함수를 작성하시오.

함수의 동작, 경계 처리, 시간 복잡도를 함께 작성하시오.

문제 95 정답과 해설

최근접 쌍의 기저 사례

기저 구간의 모든 두 점을 비교하며 제공 거리의 최솟값을 구한다.

해설

$O(k^2)$ 비교, 이 기저에서는 $k \leq 3$ 이므로 $O(1)$. 전체 최근접 쌍 알고리즘의 시간과 구별한다.

문제 95 Python 구현

최근접 쌍의 기저 사례

```
01 def closest_base(points):
02     best = float('inf')
03     for i in range(len(points)):
04         for j in range(i + 1, len(points)):
05             dx = points[i][0] - points[j][0]
06             dy = points[i][1] - points[j][1]
07             best = min(best, dx * dx + dy * dy)
08     return best
```

$O(k^2)$ 비교, 이 기저에서는 $k \leq 3$ 이므로 $O(1)$. 전체 최근접 쌍 알고리즘의 시간과 구별한다.

문제 95 C 구현

최근접 쌍의 기저 사례

```
01 long long closest_base(const int x[], const int y[], int n) {
02     long long best=800000001LL;
03     for (int i=0; i<n; ++i) {
04         for (int j=i+1; j<n; ++j) {
05             long long dx=(long long)x[i]-x[j];
06             long long dy=(long long)y[i]-y[j];
07             long long d=dx*dx+dy*dy;
08             if (d<best) best=d;
09         }
10     }
11     return best;
12 }
```

$O(k^2)$ 비교, 이 기저에서는 $k \leq 3$ 이므로 $O(1)$. 전체 최근접 쌍 알고리즘의 시간과 구별한다.

문제 96

$n=2^k$, $1 \leq n \leq 32$ 인 0/1 정사각형을 부호화한다. 균일하면 값 하나, 아니면 (왼위
오른위 왼아래 오른아래) 순서로 붙인다. `quad(a,r,c,n)`을 작성한다. C a의 열 폭은
32다. Python 또는 C 중 하나로 함수를 작성하시오.

함수의 동작, 경계 처리, 시간 복잡도를 함께 작성하시오.

문제 96 정답과 해설

쿼드트리 부호화

균일성을 검사하고 서로 다르면 네 사분면을 재귀 호출한다.

해설

이 전체 균일성 검사 구현은 $O(n^2 \log(n+1))$ 시간 상한..

문제 96 Python 구현

쿼드트리 부호화

```
01 def quad(a, r, c, n):
02     value = a[r][c]
03     if all(a[i][j] == value
04           for i in range(r, r + n)
05           for j in range(c, c + n)):
06         return str(value)
07     h = n // 2
08     return '(' + quad(a, r, c, h) + quad(a, r, c+h, h)
09           + quad(a, r+h, c, h) + quad(a, r+h, c+h, h) + ')'
```

이 전체 균일성 검사 구현은 $O(n^2 \log(n+1))$ 시간 상한. .

문제 96 C 구현

쿼드트리 부호화

```
01  /* out has >= 4*n*n+1 bytes; start *p=0. */
02  void quad(const int a[][32], int r, int c, int n,
03           char out[], int *p) {
04      int same=1, value=a[r][c];
05      for (int i=r; i<r+n; ++i)
06          for (int j=c; j<c+n; ++j)
07              if (a[i][j]!=value) same=0;
08      if (same) out[(*p)++]=(char)('0'+value);
09      else {
10          int h=n/2; out[(*p)++]='(';
11          quad(a,r,c,h,out,p); quad(a,r,c+h,h,out,p);
12          quad(a,r+h,c,h,out,p); quad(a,r+h,c+h,h,out,p);
13          out[(*p)++]=')';
14      }
15      out[*p]='\0';
16  }
```

이 전체 균일성 검사 구현은 $O(n^2 \log(n+1))$ 시간 상한. .

문제 97

$0 \leq x, y < 10^8$ 인 정수 곱 `karatsuba(x,y)`를 Python 또는 C로 작성하시오. C는 long long을 쓴다. 다음 식을 사용해 재귀 곱셈을 세 번 수행한다.

한 수라도 10 미만이면 $x*y$ 를 반환한다. 그 외에는 더 큰 수의 자릿수를 L , m 은 10의 $(L//2)$ 제 곱으로 둔다.

$x = a*m + b$, $y = c*m + d$ 로 나눈다.

$p = \text{karatsuba}(a, c)$, $q = \text{karatsuba}(b, d)$, $r = \text{karatsuba}(a+b, c+d)$

반환값은 $p*m*m + (r-p-q)*m + q$ 이다.

함수의 동작, 경계 처리, 시간 복잡도를 함께 작성하시오.

문제 97 정답과 해설

카라추바 곱셈

주어진 세 곱 p, q, r 을 재귀로 구하고 결합식에 대입한다.

해설

x 나 y 가 한 자리면 직접 곱한다. 나머지는 같은 m 으로 나누고 p, q, r 세 번만 재귀 호출한다. 시간은 자릿수 L 을 기준으로 $O(L^{\log_2 3})$ 이다.

문제 97 Python 구현

카라추바 곱셈

```
01 def karatsuba(x, y):
02     if x < 10 or y < 10:
03         return x * y
04     digits = len(str(max(x, y)))
05     base = 10 ** (digits // 2)
06     a, b = divmod(x, base)
07     c, d = divmod(y, base)
08     ac = karatsuba(a, c)
09     bd = karatsuba(b, d)
10     cross = karatsuba(a + b, c + d) - ac - bd
11     return ac * base * base + cross * base + bd
```

자릿수 L 의 일반화된 계산 모델에서 $O(L^{\log_2 3})$. 여기서는 입력·중간 곱이 long long 범위 안이다.

문제 97 C 구현

카라추바 곱셈

```
01 long long karatsuba(long long x, long long y) {
02     if (x<10 || y<10) return x*y;
03     long long t=x>y ? x:y, base=1;
04     int digits=0;
05     while (t) { ++digits; t/=10; }
06     for (int i=0; i<digits/2; ++i) base*=10;
07     long long a=x/base, b=x%base, c=y/base, d=y%base;
08     long long ac=karatsuba(a,c), bd=karatsuba(b,d);
09     long long cross=karatsuba(a+b,c+d)-ac-bd;
10     return ac*base*base+cross*base+bd;
11 }
```

자릿수 L 의 일반화된 계산 모델에서 $O(L^{\log_2 3})$. 여기서는 입력·중간 곱이 long long 범위 안이다.

문제 98

각 성분이 $-1000..1000$ 인 2×2 행렬 A, B 의 곱 `strassen2`를 Python 또는 C로 작성하시오. C 는 결과 $C[2][2]$ 에 기록한다. 아래 식을 그대로 사용하며 스칼라 곱셈은 7번이다.

$A = [[a, b], [c, d]]$, $B = [[e, f], [g, h]]$ 로 둔다.

$M1 = (a+d)*(e+h)$, $M2 = (c+d)*e$, $M3 = a*(f-h)$

$M4 = d*(g-e)$, $M5 = (a+b)*h$, $M6 = (c-a)*(e+f)$, $M7 = (b-d)*(g+h)$

$C = [[M1+M4-M5+M7, M3+M5], [M2+M4, M1-M2+M3+M6]]$

함수의 동작, 경계 처리, 시간 복잡도를 함께 작성하시오.

문제 98 정답과 해설

2×2 슈트라센

제공된 M1~M7을 구한 뒤 C의 네 성분을 조합한다.

해설

곱셈은 M1~M7에서 한 번씩 총 7번이다. 2×2 고정 크기이므로 시간은 $O(1)$ 이다. 공식을 외우는 것이 아니라 주어진 식을 코드로 옮기는 문제다.

문제 98 Python 구현

2×2 슈트라센

```
01 def strassen2(A, B):
02     a,b = A[0]; c,d = A[1]
03     e,f = B[0]; g,h = B[1]
04     m1 = (a+d)*(e+h)
05     m2 = (c+d)*e
06     m3 = a*(f-h)
07     m4 = d*(g-e)
08     m5 = (a+b)*h
09     m6 = (c-a)*(e+f)
10     m7 = (b-d)*(g+h)
11     return [[m1+m4-m5+m7, m3+m5],
12             [m2+m4, m1-m2+m3+m6]]
```

고정 크기 2×2이므로 시간 $O(1)$. 재귀적인 $n \times n$ 일반화와 구별한다.

문제 98 C 구현

2×2 슈트라센

```
01 void strassen2(const int A[][2], const int B[][2], int C[][2]) {
02     int a=A[0][0], b=A[0][1], c=A[1][0], d=A[1][1];
03     int e=B[0][0], f=B[0][1], g=B[1][0], h=B[1][1];
04     int m1=(a+d)*(e+h), m2=(c+d)*e;
05     int m3=a*(f-h), m4=d*(g-e), m5=(a+b)*h;
06     int m6=(c-a)*(e+f), m7=(b-d)*(g+h);
07     C[0][0]=m1+m4-m5+m7; C[0][1]=m3+m5;
08     C[1][0]=m2+m4; C[1][1]=m1-m2+m3+m6;
09 }
```

고정 크기 2×2이므로 시간 $O(1)$. 재귀적인 $n \times n$ 일반화와 구별한다.

문제 99

0/1 정사각형을 균일할 때까지 네 등분한 뒤 값 1인 최종 조각의 수를 반환한다.
 $n=2^k \leq 32$. `white_count(a,r,c,n)`을 작성한다. C 열 폭은 32다. Python 또는 C 중 하나로 함수를 작성하시오.

함수의 동작, 경계 처리, 시간 복잡도를 함께 작성하시오.

문제 99 정답과 해설

단색 종이 조각 수

균일한 1 영역은 한 조각, 균일한 0 영역은 0개로 세고 나머지는 네 결과를 합한다.

해설

시간 $O(n^2 \log(n+1))$ 상한. 1인 칸 수와 조각 수는 다르다.

문제 99 Python 구현

단색 종이 조각 수

```
01 def white_count(a, r, c, n):
02     value = a[r][c]
03     if all(a[i][j] == value
04            for i in range(r, r+n) for j in range(c, c+n)):
05         return value
06     h = n // 2
07     return (white_count(a, r, c, h) + white_count(a, r, c+h, h)
08           + white_count(a, r+h, c, h)
09           + white_count(a, r+h, c+h, h))
```

시간 $O(n^2 \log(n+1))$ 상한. 1인 칸 수와 조각 수는 다르다.

문제 99 C 구현

단색 종이 조각 수

```
01  int white_count(const int a[][32], int r, int c, int n) {
02      int same=1, value=a[r][c];
03      for (int i=r; i<r+n; ++i)
04          for (int j=c; j<c+n; ++j)
05              if (a[i][j]!=value) same=0;
06      if (same) return value;
07      int h=n/2;
08      return white_count(a,r,c,h)+white_count(a,r,c+h,h)
09          + white_count(a,r+h,c,h)+white_count(a,r+h,c+h,h);
10  }
```

시간 $O(n^2 \log(n+1))$ 상한. 1인 칸 수와 조각 수는 다르다.

문제 100

오름차순 배열 a, b 는 원래 배열의 왼쪽.오른쪽 절반이다. $a[i] > b[j]$ 인 교차 역전 쌍 수 `cross_inversions`를 병합식 순회로 구하시오. 각 길이 0..1000. Python 또는 C 중 하나로 함수를 작성하시오.

함수의 동작, 경계 처리, 시간 복잡도를 함께 작성하시오.

문제 100 정답과 해설

병합 중 역전 쌍 세기

오른쪽 값이 더 작으면 남은 왼쪽 원소 모두와 역전 쌍을 만든다.

해설

시간 $O(n+m)$. 같은 값은 역전 쌍으로 세지 않는다.

문제 100 Python 구현

병합 중 역전 쌍 세기

```
01 def cross_inversions(a, b):
02     i = j = count = 0
03     while i < len(a) and j < len(b):
04         if a[i] <= b[j]:
05             i += 1
06         else:
07             count += len(a) - i
08             j += 1
09     return count
```

시간 $O(n+m)$. 같은 값은 역전 쌍으로 세지 않는다.

문제 100 C 구현

병합 중 역전 쌍 세기

```
01 long long cross_inversions(const int a[], int n,  
02                             const int b[], int m) {  
03     int i=0, j=0;  
04     long long count=0;  
05     while (i<n && j<m) {  
06         if (a[i]<=b[j]) ++i;  
07         else { count+=n-i; ++j; }  
08     }  
09     return count;  
10 }
```

시간 $O(n+m)$. 같은 값은 역전 쌍으로 세지 않는다.