CHAPTER 03 회귀 알고리즘과 모델 규제

인공지능

대전대학교 컴퓨터공학과

조교수 박상돈

학습 로드맵

머신러닝편 **01~06장**

딥러닝만 먼저 배우고
싶다면 01~04장을 읽은 후
07장으로 건너뛰어도 좋습니다.

딥러닝편 **07~10장**

07장을 읽은 후 08장과 09장은
순서대로 읽지 않아도 괜찮습니다.
10장을 읽기 전에 07장과 09장을
읽는 것이 좋습니다.

난이도 ●●●●●

START

01 나의 첫 머신러닝 ●○○○○

02 데이터 다루기 ●●○○○

03 회귀 알고리즘과 모델 규제

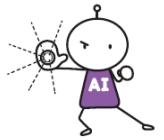
2번 보기

04 다양한 분류 알고리즘 ●●○○○

05 트리 알고리즘 ●●●○○

06 비지도 학습 ●●●○○

07 딥러닝을 시작합니다 ●●●●○



08 이미지를 위한 인공 신경망 ●●●●●

09 텍스트를 위한 인공 신경망 ●●●●●

10 언어 모델을 위한 신경망 ●●●●●

GOAL

Contents

CHAPTER 03 회귀 알고리즘과 모델 규제

CHAPTER 03 회귀 알고리즘과 모델 규제

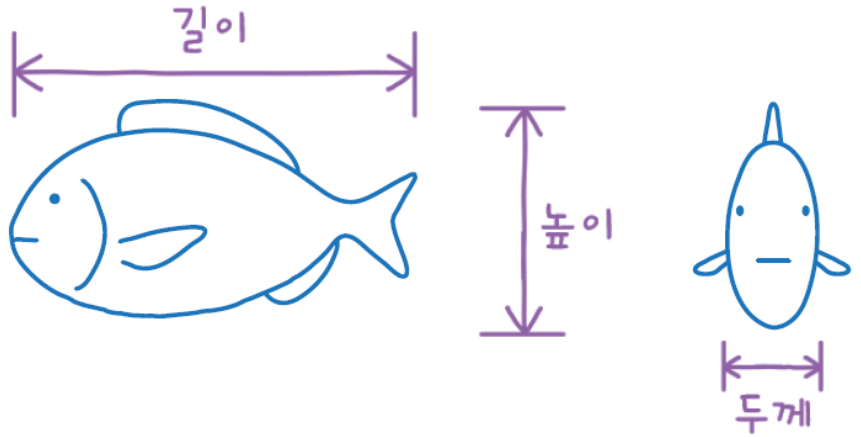
농어의 무게를 예측하라!

학습목표

- 지도 학습 알고리즘의 한 종류인 회귀 알고리즘에 대해 배웁니다.
- 다양한 선형 회귀 알고리즘의 장단점을 이해합니다.

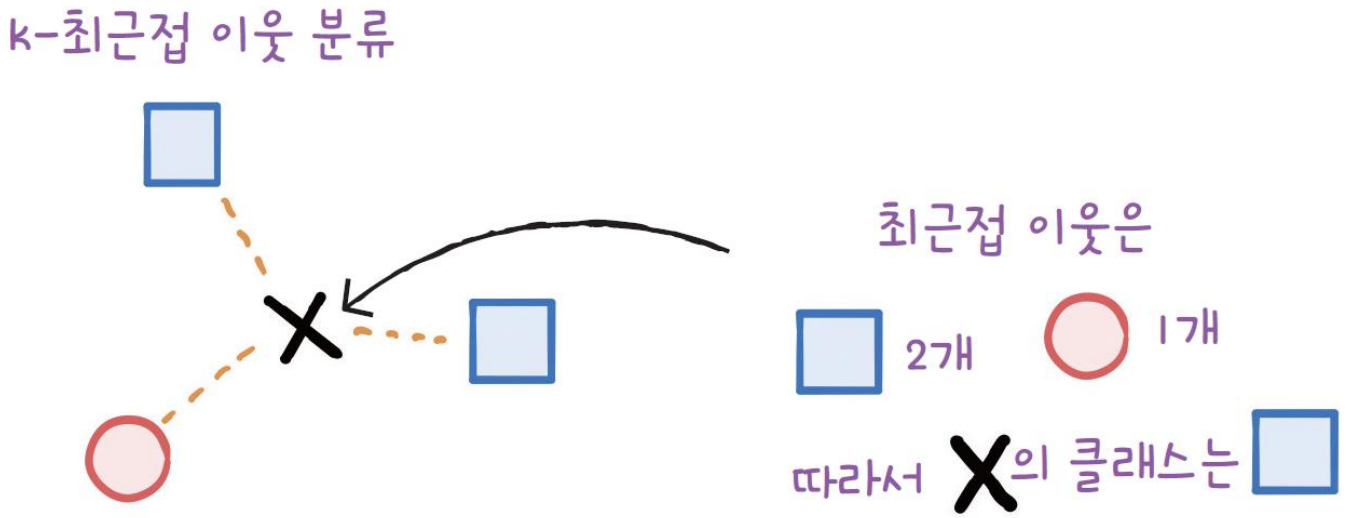
SECTION 3-1 k-최근접 이웃 회귀(1)

- 농어 샘플 56개의 높이, 길이 등 수치로 무게를 예측하기
- 지도 학습 알고리즘은 크게 분류와 회귀(regression)로 나뉨
  - 분류: 샘플을 몇 개의 클래스 중 하나로 분류
  - 회귀: 클래스 중 하나로 분류하는 것이 아니라 임의의 어떤 숫자를 예측
    - 예) 내년도 경제 성장률을 예측하거나 배달이 도착할 시간을 예측
    - 회귀는 정해진 클래스가 없고 임의의 수치를 출력



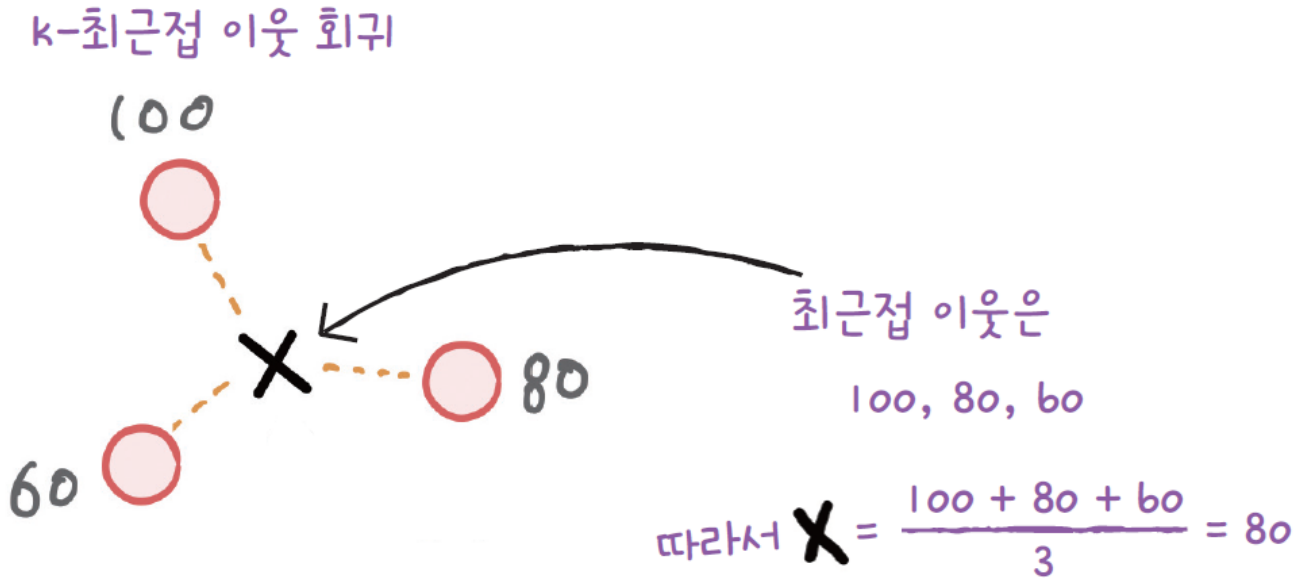
SECTION 3-1 k-최근접 이웃 회귀(2)

- k-최근접 이웃 분류 알고리즘
  - 예측하려는 샘플에 가장 가까운 샘플 k개를 선택
  - 이 샘플들의 클래스를 확인하여 다수 클래스를 새로운 샘플의 클래스로 예측
  - 다음 그림의 왼쪽에 k-최근접 이웃 분류가 잘 나타남
  - k = 3(샘플이 3개)이라 가정하면 사각형이 2개로 다수이기 때문에 새로운 샘플의 클래스는 사각형



SECTION 3-1 k-최근접 이웃 회귀(3)

- k-최근접 이웃 회귀 알고리즘
  - 분류와 똑같이 예측하려는 샘플에 가장 가까운 샘플 k개를 선택
  - 회귀이기 때문에 이웃한 샘플의 타깃은 어떤 클래스가 아니라 임의의 수치
  - 이웃 샘플의 수치를 사용해 새로운 샘플 의 타깃을 예측하기 위해 이 수치들의 평균을 구함
  - 그림에서 이웃한 샘플의 타깃값이 각각 100, 80, 60이고 이를 평균하면 샘플의 예측 타깃값은 80



SECTION 3-1 k-최근접 이웃 회귀(4)

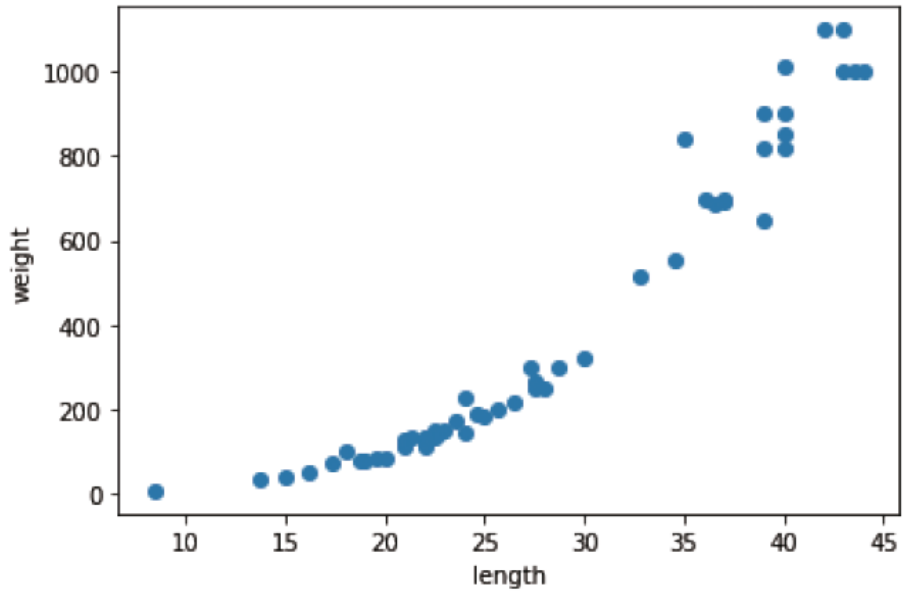
- 데이터 준비
  - 훈련 데이터 준비
    - 농어의 길이만 있어도 무게를 잘 예측할 수 있다고 가정 (농어의 길이가 특성, 무게가 타깃)
    - 넘파이 배열로 만들기 (소스: http://bit.ly/perch_data에서 복사)

```
import numpy as np
perch_length = np.array(
[ 8.4, 13.7, 15.0, 16.2, 17.4, 18.0, 18.7, 19.0, 19.6, 20.0,
21.0, 21.0, 21.0, 21.3, 22.0, 22.0, 22.0, 22.0, 22.0, 22.5,
22.5, 22.7, 23.0, 23.5, 24.0, 24.0, 24.6, 25.0, 25.6, 26.5,
27.3, 27.5, 27.5, 27.5, 28.0, 28.7, 30.0, 32.8, 34.5, 35.0,
36.5, 36.0, 37.0, 37.0, 39.0, 39.0, 39.0, 40.0, 40.0, 40.0,
40.0, 42.0, 43.0, 43.0, 43.5, 44.0]
)
perch_weight = np.array(
[ 5.9, 32.0, 40.0, 51.5, 70.0, 100.0, 78.0, 80.0, 85.0, 85.0,
110.0, 115.0, 125.0, 130.0, 120.0, 120.0, 130.0, 135.0, 110.0,
130.0, 150.0, 145.0, 150.0, 170.0, 225.0, 145.0, 188.0, 180.0,
197.0, 218.0, 300.0, 260.0, 265.0, 250.0, 250.0, 300.0, 320.0,
514.0, 556.0, 840.0, 685.0, 700.0, 700.0, 690.0, 900.0, 650.0,
820.0, 850.0, 900.0, 1015.0, 820.0, 1100.0, 1000.0, 1100.0,
1000.0, 1000.0]
)
```

SECTION 3-1 k-최근접 이웃 회귀(5)

- 데이터 준비
  - 훈련 데이터 준비
    - 데이터가 형태 파악을 위해 산점도 그리기
      - 하나의 특성을 사용하기 때문에 특성 데이터를 x축, 타깃 데이터를 y축
    - 맷플롯립을 임포트하고 scatter( ) 함수를 사용하여 산점도 그리기

```
import matplotlib.pyplot as plt
plt.scatter(perch_length, perch_weight)
plt.xlabel('length')
plt.ylabel('weight')
plt.show()
```

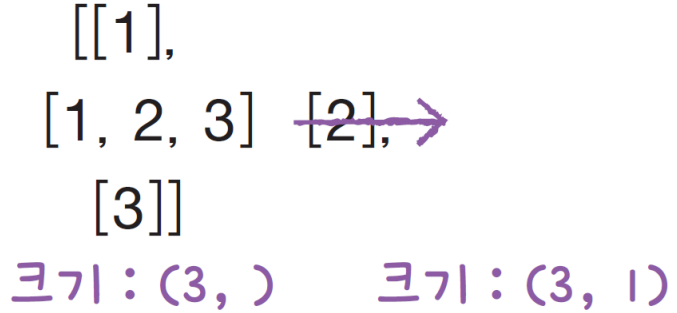


SECTION 3-1 k-최근접 이웃 회귀(6)

- 데이터 준비
  - 훈련 세트와 테스트 세트로 나누기
    - 사이킷런의 train_test_split( ) 함수를 사용
    - 책과 결과를 동일하게 유지하기 위해 random_state=42로 지정

```
from sklearn.model_selection import train_test_split
train_input, test_input, train_target, test_target = train_test_split(
        perch_length, perch_weight, random_state=42)
```

    - 사이킷런에 사용할 훈련 세트는 2차원 배열이어야 함
    - perch_length가 1차원 배열이기 때문에 이를 나눈 train_input과 test_input도 1차원 배열
      - 이런 1차원 배열을1개의 열이 있는 2차원 배열로 바꿔야 함
    - 파이썬에서 1차원 배열의 크기는 원소가 1개인 튜플
      - 예를 들어 [1, 2, 3]의 크기는 (3,)
      - 이를 2차원 배열로 만들기 위해 억지로 하나의 열을 추가하여 배열의 크기가 (3, 1)이 됨
      - 배열을 나타내는 방식만 달라졌을 뿐 배열에 있는 원소의 개수는 동일하게 3개



SECTION 3-1 k-최근접 이웃 회귀(7)

◦ 데이터 준비

▪ 훈련 세트와 테스트 세트로 나누기

- 크기를 바꿀 수 있는 reshape( ) 메서드
  - 2장에서는 2개의 특성을 사용했기 때문에 자연스럽게 열이 2개인 2차원 배열을 사용
  - 이번 예제에서는 특성을 1개만 사용하므로 수동으로 2차원 배열을 만들어 줌
- (4,) 배열을 (2, 2) 크기로 바꾸기

```
test_array = np.array([1,2,3,4])
print(test_array.shape)
```

→ (4,)

⇩

```
test_array = test_array.reshape(2, 2)
print(test_array.shape)
```

→ (2, 2)

지정한 크기와 원본 배열의 원소 개수가 달라도 되나?

- reshape() 메서드는 크기가 바뀐 새로운 배열을 반환할 때 지정한 크기가 원본 배열에 있는 원소의 개수와 다르면 에러가 발생
- 예를 들어 다음과 같이 (4,) 크기의 배열을 (2, 3)으로 바꾸려고 하면 원본 배열의 원소는 4개인데 $2 \times 3 = 6$개로 바꾸려고 하기 때문에 에러 발생

SECTION 3-1 k-최근접 이웃 회귀(8)

◦ 데이터 준비

▪ 훈련 세트와 테스트 세트로 나누기

- reshape( ) 메서드를 사용해 train_input과 test_input을 2차원 배열로 변환
  - train_input의 크기는 (42,)
  - 이를 2차원 배열인 (42, 1)로 바꾸려면 train_input.reshape(42, 1)과 같이 사용
- 넘파이의 배열의 크기를 자동으로 지정하는 기능
  - 크기에 -1을 지정하면 나머지 원소 개수로 모두 채우라는 의미
  - 첫 번째 크기를 나머지 원소 개수로 채우고, 두 번째 크기를 1로 하려면 train_input.reshape(-1, 1)처럼 사용
- reshape( ) 메서드로 배열의 크기 변경하기

```
train_input = train_input.reshape(-1, 1)
test_input = test_input.reshape(-1, 1)
print(train_input.shape, test_input.shape)
```

→ (42, 1) (14, 1)

SECTION 3-1 k-최근접 이웃 회귀(9)

◦ 결정계수(R^2)

- 사이킷런에서 k-최근접 이웃 회귀 알고리즘을 구현한 클래스는 KNeighborsRegressor
- 클래스의 사용법은 KNeighborsClassifier와 매우 비슷함
- 객체를 생성하고 fit( ) 메서드로 회귀 모델을 훈련하기

```
from sklearn.neighbors import KNeighborsRegressor

knr = KNeighborsRegressor()

# k-최근접 이웃 회귀 모델을 훈련합니다
knr.fit(train_input, train_target)
```

- 테스트 세트의 점수 확인

```
print(knr.score(test_input, test_target))
```

→ 0.9928094061010639

- 테스트 세트의 점수는 분류에서는 정확도, 회귀에서는 결정계수(R^2)

$$R^2 = 1 - \frac{(타깃 - 예측)^2의\ 합}{(타깃 - 평균)^2의\ 합}$$

  - 만약 타깃의 평균 정도를 예측하는 수준이라면 (즉, 분자와 분모가 비슷해져) R^2는 0에 가까워지고, 예측이 타깃에 아주 가까워지면 (분자가 0에 가까워지기 때문에) 1에 가까운 값이 됨

SECTION 3-1 k-최근접 이웃 회귀(10)

- 결정계수(R^2)
  - 타깃과 예측한 값 사이의 차이를 구하여 어느 정도 예측이 벗어났는지 평가
  - 사이킷런 sklearn.metrics 패키지의 mean_absolute_error: 타깃과 예측의 절댓값 오차를 평균하여 반환

```
from sklearn.metrics import mean_absolute_error

# 테스트 세트에 대한 예측을 만듭니다
test_prediction = knr.predict(test_input)

# 테스트 세트에 대한 평균 절댓값 오차를 계산합니다
mae = mean_absolute_error(test_target, test_prediction)
print(mae)
```

→ 19.157142857142862

- 결과에서 예측이 평균적으로 19g 정도 타깃값과 차이가 나타남

SECTION 3-1 k-최근접 이웃 회귀(11)

- 과대적합 vs 과소적합
  - 앞에서 훈련한 모델을 사용해 훈련 세트의 R^2 점수를 확인

```
print(knr.score(train_input, train_target))
```

→ 0.9698823289099255

  - 모델을 훈련 세트와 테스트 세트에서 평가하면 두 값 중 보통 훈련 세트의 점수가 조금 더 높게 나옴
  - 과대적합(overfitting)
    - 훈련 세트에서 점수가 굉장히 좋았는데 테스트 세트에서는 점수가 굉장히 나쁜 경우
    - 즉, 훈련 세트에만 잘 맞는 모델이라 테스트 세트와 나중에 실전에 투입하여 새로운 샘플에 대한 예측을 만들 때 잘 동작하지 않을 것임
  - 과소적합(underfitting)
    - 반대로 훈련 세트보다 테스트 세트의 점수가 높거나 두 점수가 모두 너무 낮은 경우
    - 즉, 모델이 너무 단순하여 훈련 세트에 적절히 훈련되지 않은 경우

SECTION 3-1 k-최근접 이웃 회귀(12)

- 과대적합 vs 과소적합
  - 앞의 k-최근접 이웃 회귀로 평가한 훈련 세트와 테스트 세트의 점수는 훈련 세트보다 테스트 세트의 점수가 높은 과소적합
  - 문제 해결
    - 모델을 조금 더 복잡하게(즉, 훈련 세트에 더 잘 맞게) 만들면 테스트 세트의 점수는 조금 낮아질 것임
    - 이웃의 개수 k를 줄여 k-최근접 이웃 알고리즘으로 모델을 더 복잡하게 만들기
    - 이웃의 개수를 줄이면 훈련 세트에 있는 국지적인 패턴에 민감해지고, 이웃의 개수를 늘리면 데이터 전반에 있는 일반적인 패턴을 따르게 됨

SECTION 3-1 k-최근접 이웃 회귀(13)

- 과대적합 vs 과소적합
  - 사이킷런의 k-최근접 이웃 알고리즘의 기본 k 값은 5를 3으로 낮추기
    - n_neighbors 속성값 변경

```
# 이웃의 개수를 3으로 설정합니다
knr.n_neighbors = 3

# 모델을 다시 훈련합니다
knr.fit(train_input, train_target)
print(knr.score(train_input, train_target))
```

→ 0.9804899950518966

  - 테스트 세트의 점수 확인

```
print(knr.score(test_input, test_target))
```

→ 0.974645996398761

SECTION 3-1 k-최근접 이웃 회귀(14)

- 회귀 문제 다루기(문제해결 과정)
  - 문제
    - 농어의 높이, 길이 등의 수치로 무게를 예측하기(회귀는 임의의 수치를 예측)
  - 해결
    - k-최근접 이웃 회귀 모델은 분류와 동일하게 가장 먼저 가까운 k개의 이웃을 찾아 이웃 샘플의 타깃값을 평균하여 이 샘플의 예측값으로 사용
    - 사이킷런은 회귀 모델의 점수로 R^2, 즉 결정계수 값을 반환. 이 값은 1에 가까울수록 좋음
    - 정량적인 평가는 사이킷런에서 제공하는 다른 평가 도구를 사용할 수 있음(대표적으로 절댓값 오차)
    - 모델을 훈련하고 나서 훈련 세트와 테스트 세트에 대해 모두 평가 점수를 구할 수 있음
      - 훈련 세트의 점수와 테스트 세트의 점수 차이가 크면 좋지 않음
      - 일반적으로 훈련 세트의 점수가 테스트 세트보다 조금 더 높음
    - 과대적합: 만약 테스트 세트의 점수가 너무 낮다면 모델이 훈련 세트에 과도하게 맞춰짐
    - 과소적합: 테스트 세트 점수가 너무 높거나 두 점수가 모두 낮은 경우
    - 과대적합일 경우 모델을 덜 복잡하게 만들어야 함(k-최근접 이웃의 경우 k 값을 늘림)
    - 과소적합일 경우 모델을 더 복잡하게 만들어 줌(k-최근접 이웃의 경우 k 값을 줄임)

SECTION 3-1 마무리(1)

- 키워드로 끝나는 핵심 포인트
  - 회귀는 임의의 수치를 예측하는 문제. 따라서 타깃값도 임의의 수치
  - k-최근접 이웃 회귀는 k-최근접 이웃 알고리즘을 사용해 회귀 문제 해결
    - 가장 가까운 이웃 샘플을 찾고 이 샘플들의 타깃값을 평균하여 예측
  - 결정계수(R^2)는 대표적인 회귀 문제의 성능 측정 도구
    - 1에 가까울수록 좋고, 0에 가깝다면 성능이 나쁜 모델
  - 과대적합은 모델의 훈련 세트 성능이 테스트 세트 성능보다 훨씬 높을 때 발생
    - 모델이 훈련 세트에 너무 집착해서 데이터에 내재된 거시적인 패턴을 감지하지 못함
    - 과소적합은 이와 반대로 훈련 세트와 테스트 세트 성능이 모두 동일하게 낮거나 테스트 세트 성능이 오히려 더 높을 때 발생. 이런 경우 더 복잡한 모델을 사용해 훈련 세트에 잘 맞는 모델을 만들어야 함

SECTION 3-1 마무리(2)

- 핵심 패키지와 함수
  - scikit-learn
    - KNeighborsRegressor: k-최근접 이웃 회귀 모델을 만드는 사이킷런 클래스
    - mean_absolute_error( ): 회귀 모델의 평균 절댓값 오차를 계산
  - numpy
    - reshape( ): 배열의 크기를 바꾸는 메서드

SECTION 3-1 확인 문제

앞서 만든 k-최근접 이웃 회귀 모델의 k 값을 1, 5, 10으로 바꿔가며 훈련하고, 농어의 길이를 5에서 45까지 바꿔가며 예측을 만들어 그래프로 나타내기. n이 커짐에 따라 모델이 단순해지는 것을 볼 수 있는가? [노트] 맷플롯립의 plot() 함수는 x축과 y축의 값을 받아 선 그래프를 그려줌

```
# k-최근접 이웃 회귀 객체를 만듭니다
knr = KNeighborsRegressor()
# 5에서 45까지 x 좌표를 만듭니다
x = np.arange(5, 45).reshape(-1, 1)
# n = 1, 5, 10일 때 예측 결과를 그래프로 그립니다
for n in [1, 5, 10]:
# 모델을 훈련합니다
knr.n_neighbors =                    # 이 라인의 코드를 완성해 보세요
knr.fit(train_input, train_target)
# 지정한 범위 x에 대한 예측을 구합니다
prediction =                         # 이 라인의 코드를 완성해 보세요
# 훈련 세트와 예측 결과를 그래프로 그립니다
plt.scatter(train_input, train_target)
plt.plot(x, prediction)
plt.show()
```

SECTION 3-2 선형 회귀(1)

- 50cm 농어의 무게를 예측
  - 앞서 만든 모델을 사용해 이 농어의 무게를 예측하니, 저울에 나온 농어의 무게와 너무 차이가?

SECTION 3-2 선형 회귀(2)

- k-최근접 이웃의 한계
  - 문제를 재현하기 위해 먼저 1절에서 사용한 데이터와 모델을 준비(소스 http://bit.ly/perch_data)

```
import numpy as np
perch_length = np.array(
    [ 8.4, 13.7, 15.0, 16.2, 17.4, 18.0, 18.7, 19.0, 19.6, 20.0,
      21.0, 21.0, 21.0, 21.3, 22.0, 22.0, 22.0, 22.0, 22.0, 22.5,
      22.5, 22.7, 23.0, 23.5, 24.0, 24.0, 24.6, 25.0, 25.6, 26.5,
      27.3, 27.5, 27.5, 27.5, 28.0, 28.7, 30.0, 32.8, 34.5, 35.0,
      36.5, 36.0, 37.0, 37.0, 39.0, 39.0, 39.0, 40.0, 40.0, 40.0,
      40.0, 42.0, 43.0, 43.0, 43.5, 44.0]
      )
perch_weight = np.array(
    [ 5.9, 32.0, 40.0, 51.5, 70.0, 100.0, 78.0, 80.0, 85.0, 85.0,
      110.0, 115.0, 125.0, 130.0, 120.0, 120.0, 130.0, 135.0, 110.0,
      130.0, 150.0, 145.0, 150.0, 170.0, 225.0, 145.0, 188.0, 180.0,
      197.0, 218.0, 300.0, 260.0, 265.0, 250.0, 250.0, 300.0, 320.0,
      514.0, 556.0, 840.0, 685.0, 700.0, 700.0, 690.0, 900.0, 650.0,
      820.0, 850.0, 900.0, 1015.0, 820.0, 1100.0, 1000.0, 1100.0,
      1000.0, 1000.0]
      )
```

SECTION 3-2 선형 회귀(3)

◦ k-최근접 이웃의 한계

- 데이터를 훈련 세트와 테스트 세트로 나누고, 특성 데이터는2 차원 배열로 변환

```
from sklearn.model_selection import train_test_split
# 훈련 세트와 테스트 세트로 나눕니다
train_input, test_input, train_target, test_target = train_test_split(
    perch_length, perch_weight, random_state=42)
# 훈련 세트와 테스트 세트를 2차원 배열로 바꿉니다
train_input = train_input.reshape(-1, 1)
test_input = test_input.reshape(-1, 1)
```

- 최근접 이웃 개수를 3으로 하는 모델을 훈련

```
from sklearn.neighbors import KNeighborsRegressor
knr = KNeighborsRegressor(n_neighbors=3)
# k-최근접 이웃 회귀 모델을 훈련합니다
knr.fit(train_input, train_target)
```

- 이 모델을 사용해 길이가 50cm인 농어의 무게를 예측

```
print(knr.predict([[50]]))
```

→ [1033.33333333]

- 50cm 농어의 무게를 1,033g 정도로 예측. 그런데 실제 이 농어의 무게는 훨씬 더 많이 나간다고 함

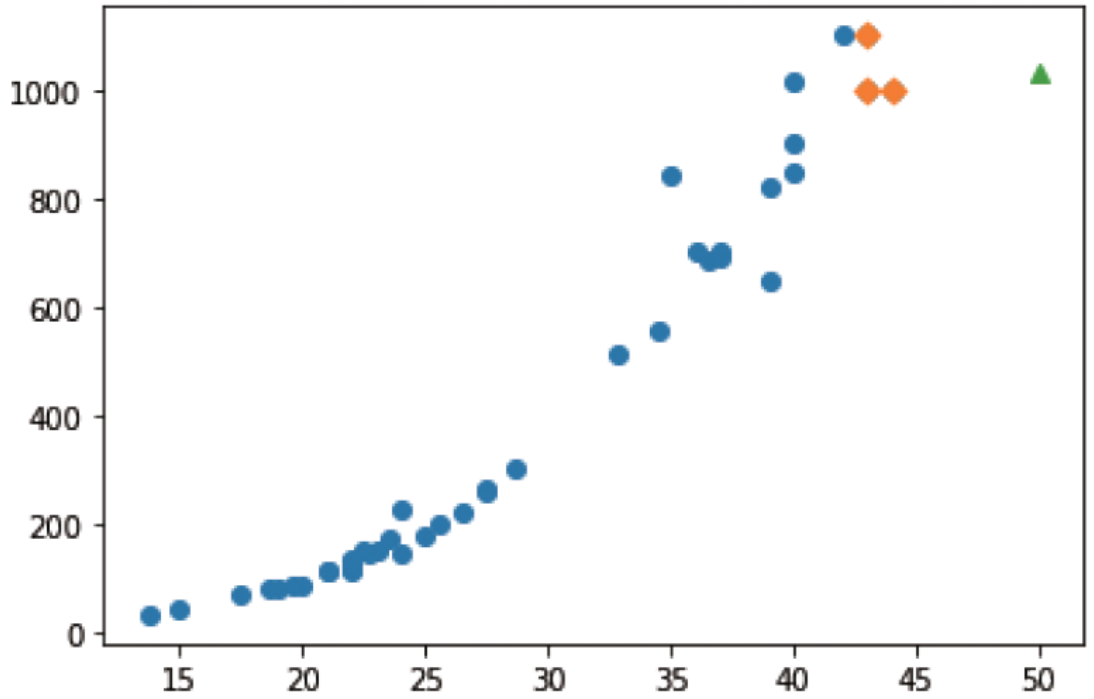
SECTION 3-2 선형 회귀(4)

◦ k-최근접 이웃의 한계

- 사이킷런의 k-최근접 이웃 모델의 kneighbors( ) 메서드를 사용하여, 훈련 세트와 50cm 농어 그리고 이 농어의 최근접 이웃을 산점도에 표시

```
import matplotlib.pyplot as plt

# 50cm 농어의 이웃을 구합니다
distances, indexes = knr.kneighbors([[50]])

# 훈련 세트의 산점도를 그립니다
plt.scatter(train_input, train_target)

# 훈련 세트 중에서 이웃 샘플만 다시 그립니다
plt.scatter(train_input[indexes],
train_target[indexes], marker='D')

# 50cm 농어 데이터
plt.scatter(50, 1033, marker='^')
plt.show()
```

→



- 산점도를 보면 길이가 커질수록 농어의 무게가 증가하는 경향이 보임
- 하지만 50cm 농어에서 가장 가까운 것은 45cm 근방이기 때문에 k-최근접 이웃 알고리즘은 이 샘플들의 무게를 평균

SECTION 3-2 선형 회귀(5)

- k-최근접 이웃의 한계
  - 이웃 샘플의 타깃 평균

```
print(np.mean(train_target[indexes]))
```

→ 1033.3333333333333

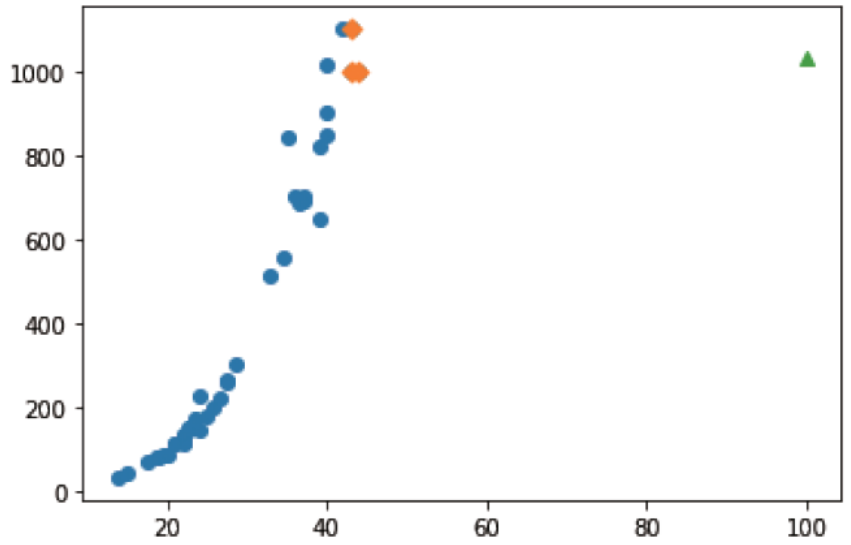
  - 모델이 예측했던 값과 정확히 일치
  - k-최근접 이웃 회귀는 가장 가까운 샘플을 찾아 타깃을 평균
    따라서 새로운 샘플이 훈련 세트의 범위를 벗어나면 엉뚱한 값을 예측할 수 있음
  - 예를 들어 길이가 100cm인 농어도 여전히 1,033g으로 예측

```
print(knr.predict([[100]]))
```

→ [1033.33333333]

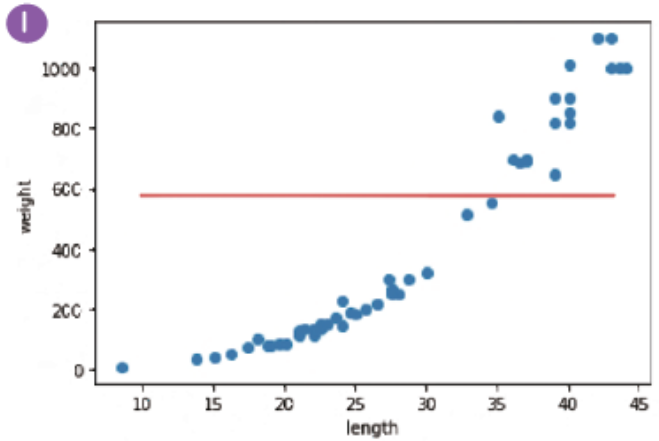
```
# 100cm 농어의 이웃을 구합니다
distances, indexes = knr.kneighbors([[100]])
# 훈련 세트의 산점도를 그립니다
plt.scatter(train_input, train_target)
# 훈련 세트 중에서 이웃 샘플만 다시 그립니다
plt.scatter(train_input[indexes],
train_target[indexes], marker='D')
# 100cm 농어 데이터
plt.scatter(100, 1033, marker='^')
plt.show()
```

→

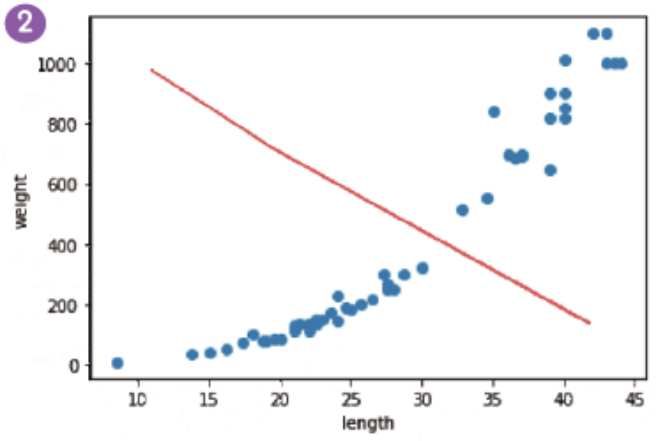


SECTION 3-2 선형 회귀(6)

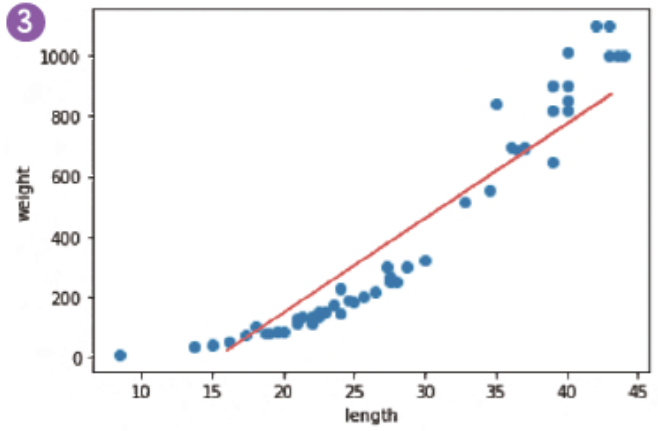
- 선형 회귀(linear regression)
  - 선형 회귀는 널리 사용되는 대표적인 회귀 알고리즘
  - 비교적 간단하고 성능이 뛰어나기 때문에 맨 처음 배우는 머신러닝 알고리즘 중 하나
  - 선형이란 말에서 짐작할 수 있듯이 특성이 하나인 경우 어떤 직선을 학습하는 알고리즘



▲ 그래프 ❶은 모든 농어의 무게를 하나로 예측.
이 직선의 위치가 만약 훈련 세트의 평균에 가깝다면 R^2는 0에 가까운 값이 됨



▲ 그래프 ❷는 완전히 반대로 예측
길이가 작은 농어의 무게가 높고
길이가 큰 농어의 무게가 낮음.
이렇게 예측을 반대로 하면 R^2가 음수가 될 수 있음



▲ 그래프 ❸이 가장 적합한 직선.
이런 직선을 머신러닝 알고리즘이 자동으로 찾을 수 있음

SECTION 3-2 선형 회귀(7)

◦ 선형 회귀(linear regression)

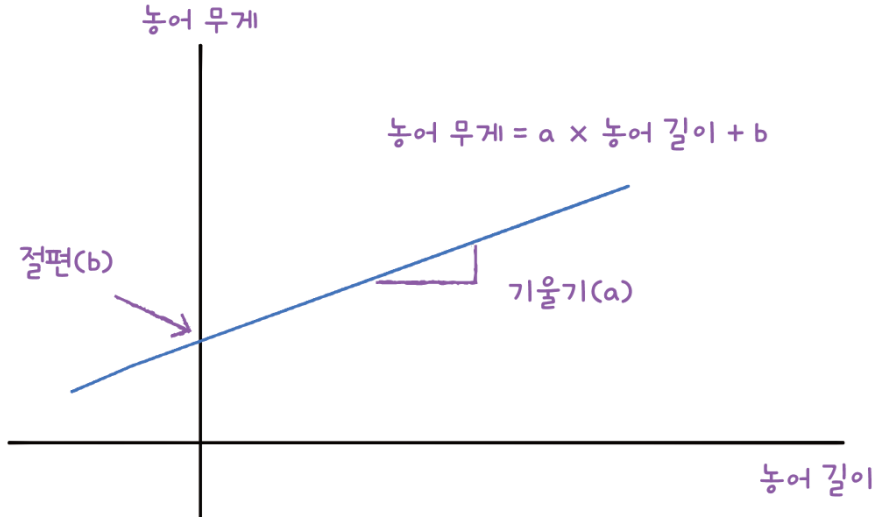
- 사이킷런은 sklearn.linear_model 패키지 아래에 LinearRegression 클래스로 선형 회귀 알고리즘을 구현
- 이 클래스의 객체를 만들어 훈련
- 사이킷런의 모델 클래스들은 훈련, 평가, 예측하는 메서드 이름이 모두 동일
  - 즉, LinearRegression 클래스에도 fit( ), score( ), predict( ) 메서드가 있음

```
from sklearn.linear_model import LinearRegression
lr = LinearRegression()

# 선형 회귀 모델을 훈련합니다
lr.fit(train_input, train_target)

# 50cm 농어에 대해 예측합니다
print(lr.predict([[50]]))
```

→ [1241.83860323]

SECTION 3-2 선형 회귀(8)

- 선형 회귀(linear regression)
  - k-최근접 이웃 회귀를 사용했을 때와 달리 선형 회귀는 50cm 농어의 무게를 아주 높게 예측
  - 선형 회귀가 학습한 직선을 그려 보고 어떻게 이런 값이 나왔는지 알아보기



  - LinearRegression 클래스가 찾은 a와 b는 lr 객체의 coef_와 intercept_ 속성에 저장돼 있음

```
print(lr.coef_, lr.intercept_)
```

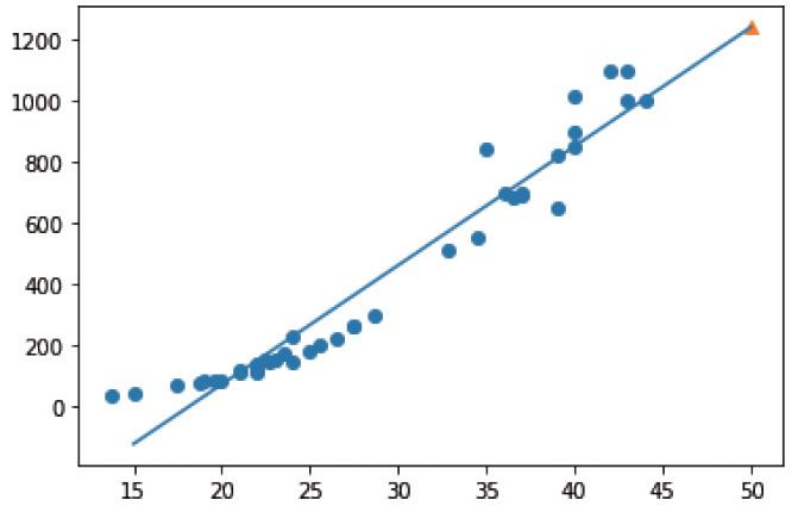
→ [39.01714496] -709.0186449535477

SECTION 3-2 선형 회귀(8)

- 선형 회귀(linear regression)
  - 농어의 길이 15에서 50까지 직선으로 나타내고, 훈련 세트의 산점도 확인
    - 이 직선을 그리려면 앞에서 구한 기울기와 절편을 사용하여 (15, 15×39-709)와 (50, 50×39-709) 두 점을 이으면 됨

```
# 훈련 세트의 산점도를 그립니다
plt.scatter(train_input, train_target)

# 15에서 50까지 1차 방정식 그래프를 그립니다
plt.plot([15, 50], [15*lr.coef_+lr.intercept_,
50*lr.coef_+lr.intercept_])

# 50cm 농어 데이터
plt.scatter(50, 1241.8, marker='^')
plt.show()
```

→



- 훈련 세트와 테스트 세트에 대한 R^2 점수 확인

```
print(lr.score(train_input, train_target)) # 훈련 세트
print(lr.score(test_input, test_target)) # 테스트 세트
```

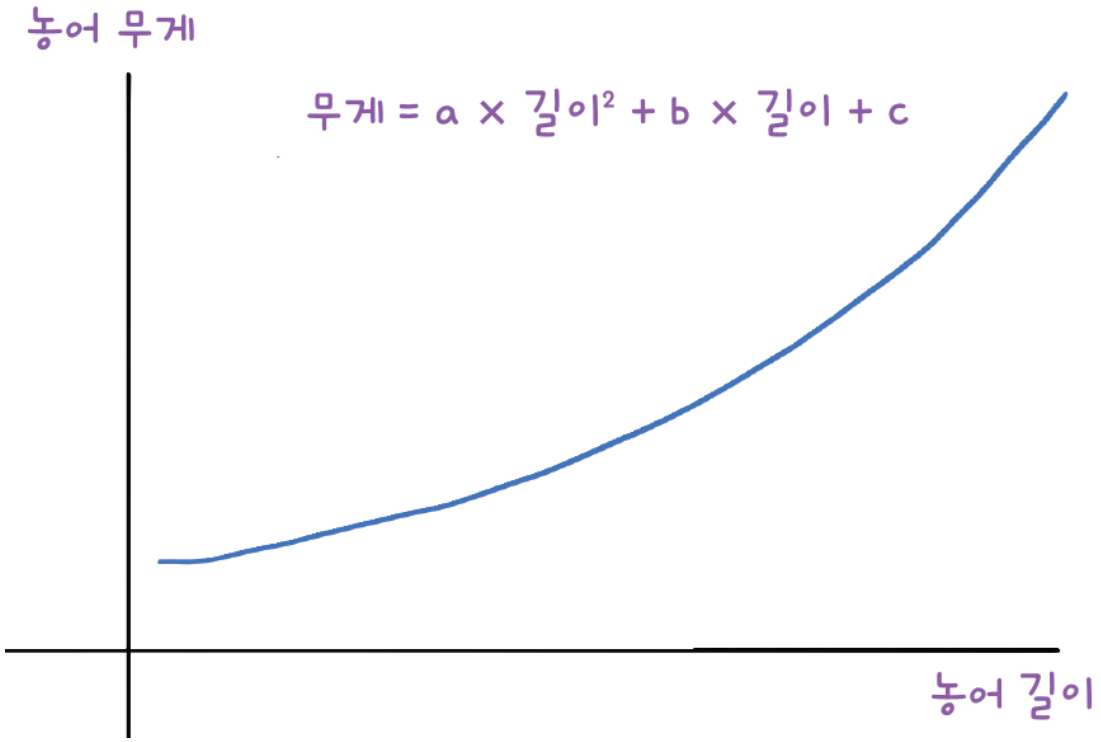
→

0.939846333976039
0.824750312331558

- 훈련 세트와 테스트 세트의 점수가 조금 차이남
- 훈련 세트의 점수도 높지 않아 전체적으로 과소적합되었다고 볼 수 있음

SECTION 3-2 선형 회귀(9)

- 다항 회귀(polynomial regression)
  - 최적의 곡선을 찾기



SECTION 3-2 선형 회귀(10)

◦ 다항 회귀(polynomial regression)

- 농어의 길이를 제곱해서 원래 데이터 앞에 추가
- column_stack( ) 함수 사용: train_input을 제곱한 것과 train_input 두 배열을 나란히 붙이면 됨

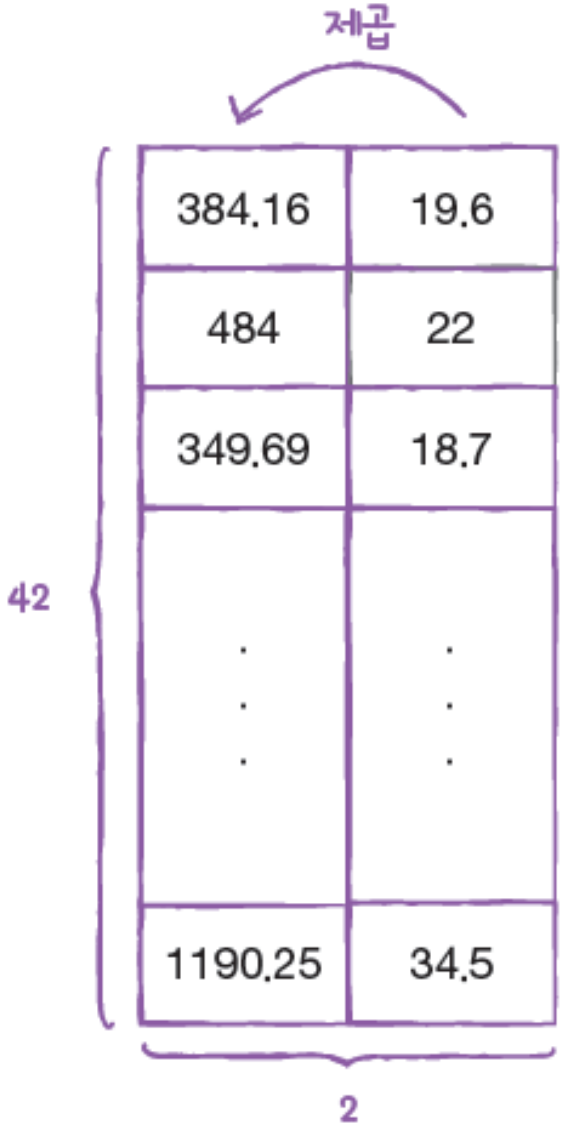
```
train_poly = np.column_stack((train_input ** 2, train_input))
test_poly = np.column_stack((test_input ** 2, test_input))
```

- 데이터셋 크기 확인

```
print(train_poly.shape, test_poly.shape)
```

→ (42, 2) (14, 2)

- 원래 특성인 길이를 제곱하여 왼쪽 열에 추가했기 때문에 훈련 세트와 테스트 세트 모두 열이 2개로 늘어남



SECTION 3-2 선형 회귀(11)

- 다항 회귀(polynomial regression)
  - train_poly를 사용해 선형 회귀 모델을 다시 훈련

```
lr = LinearRegression()
lr.fit(train_poly, train_target)
print(lr.predict([[50**2, 50]]))
```

→ [1573.98423528]

  - 모델이 훈련한 계수와 절편을 출력

```
print(lr.coef_, lr.intercept_)
```

→ [1.01433211 -21.55792498] 116.0502107827827

  - 이 모델이 학습한 그래프

$$무게 = 1.01 \times 길이^2 - 21.6 \times 길이 + 116.05$$

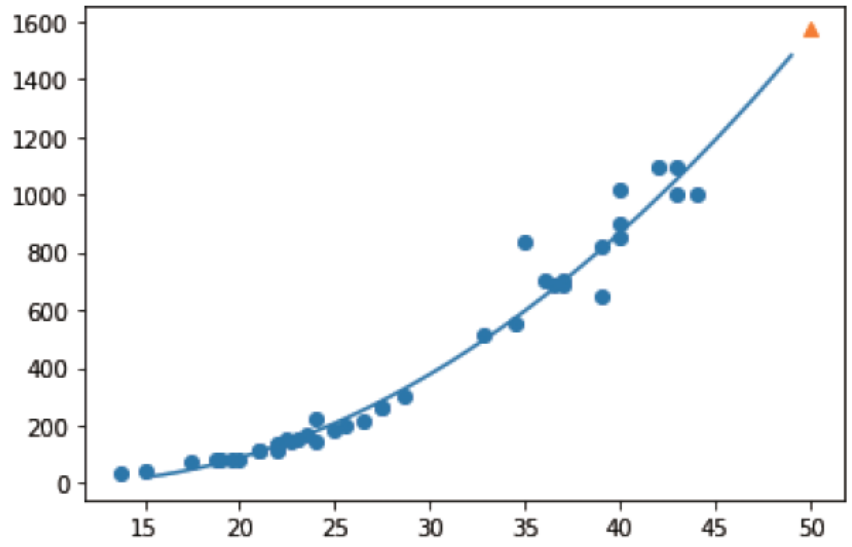
  - 이런 방정식을 다항식(polynomial)이라 부르며 다항식을 사용한 선형 회귀를 다항 회귀라 함

SECTION 3-2 선형 회귀(12)

- 다항 회귀(polynomial regression)
  - 훈련 세트의 산점도에 그래프로 그리고
    - 짧은 직선을 이어서 그리면 마치 곡선처럼 표현 가능(여기에서는 1씩 짧게 끊어서 그리기)

```
# 구간별 직선을 그리기 위해 15에서 49까지 정수 배열을 만듭니다
point = np.arange(15, 50)

# 훈련 세트의 산점도를 그립니다
plt.scatter(train_input, train_target)

# 15에서 49까지 2차 방정식 그래프를 그립니다
plt.plot(point, 1.01*point**2 - 21.6*point + 116.05)

# 50cm 농어 데이터
plt.scatter(50, 1574, marker='^')
plt.show()
```

→



  - 훈련 세트와 테스트 세트의 R^2 점수를 평가

```
print(lr.score(train_poly, train_target))
print(lr.score(test_poly, test_target))
```

→

0.9706807451768623
0.9775935108325122

SECTION 3-2 선형 회귀(13)

- 선형 회귀로 훈련 세트 범위 밖의 샘플 예측(문제해결 과정)
  - 문제
    - k-최근접 이웃 회귀를 사용해서 농어의 무게를 예측했을 때 발생하는 큰 문제는 훈련 세트 범위 밖의 샘플을 예측할 수 없다는 점
    - k-최근접 이웃 회귀는 아무리 멀리 떨어져 있더라도 무조건 가장 가까운 샘플의 타깃을 평균하여 예측
  - 해결
    - 선형 회귀 사용하여 최적의 직선의 방정식을 찾는 것
    - 사이킷런의 LinearRegression 클래스를 사용하면 k-최근접 이웃 알고리즘을 사용했을 때와 동일한 방식으로 모델을 훈련하고 예측에 사용할 수 있음
    - 직선의 최적의 기울기와 절편값들은 선형 회귀 모델의 coef_와 intercept_ 속성에 저장
    - 직선 모델은 단순하여 농어의 무게가 음수일 수도 있ㅇ기 때문에, 다항 회귀를 사용
    - 농어의 길이를 제곱하여 훈련 세트에 추가한 다음 선형 회귀 모델을 다시 훈련 - 이 모델은 2차 방정식의 그래프 형태를 학습하였고 훈련세트가 분포된 형태를 잘 표현
    - 훈련 세트와 테스트 세트의 성능이 단순한 선형 회귀보다 훨씬 높아짐
    - 하지만 훈련 세트 성능보다 테스트 세트 성능이 조금 높은 것으로 보아 과소적합된 경향이 아직 남음

SECTION 3-2 마무리

- 키워드로 끝나는 핵심 포인트
  - 선형 회귀는 특성과 타깃 사이의 관계를 가장 잘 나타내는 선형 방정식을 찾음
    - 특성이 하나면 직선 방정식
  - 선형 회귀가 찾은 특성과 타깃 사이의 관계는 선형 방정식의 계수 또는 가중치에 저장됨
    - 머신러닝에서 종종 가중치는 방정식의 기울기와 절편을 모두 의미하는 경우가 많음
  - 모델 파라미터는 선형 회귀가 찾은 가중치처럼 머신러닝 모델이 특성에서 학습한 파라미터를 말함
  - 다항 회귀는 다항식을 사용하여 특성과 타깃 사이의 관계를 나타냄
    - 이 함수는 비선형일 수 있지만 여전히 선형 회귀로 표현할 수 있음
- 핵심 패키지와 함수
  - scikit-learn
    - LinearRegression: 사이킷런의 선형 회귀 클래스

SECTION 3-2 확인 문제

1. 선형 회귀 모델이 찾은 방정식의 계수를 무엇이라고 부르나?

   ① 회귀 파라미터　　② 선형 파라미터
   ③ 학습 파라미터　　④ 모델 파라미터

2. 사이킷런에서 다항 회귀 모델을 훈련할 수 있는 클래스는 무엇인가?

   ① LinearRegression　　② PolynomialRegression
   ③ KNeighborsClassifier　　④ PolynomialClassifier

SECTION 3-2 확인 문제

3. 다음 중 사이킷런의 모델 클래스에서 제공하는 메서드가 아닌것은 무엇인가요?

① fit()　　② score()

③ evaluate()　　④ predict()

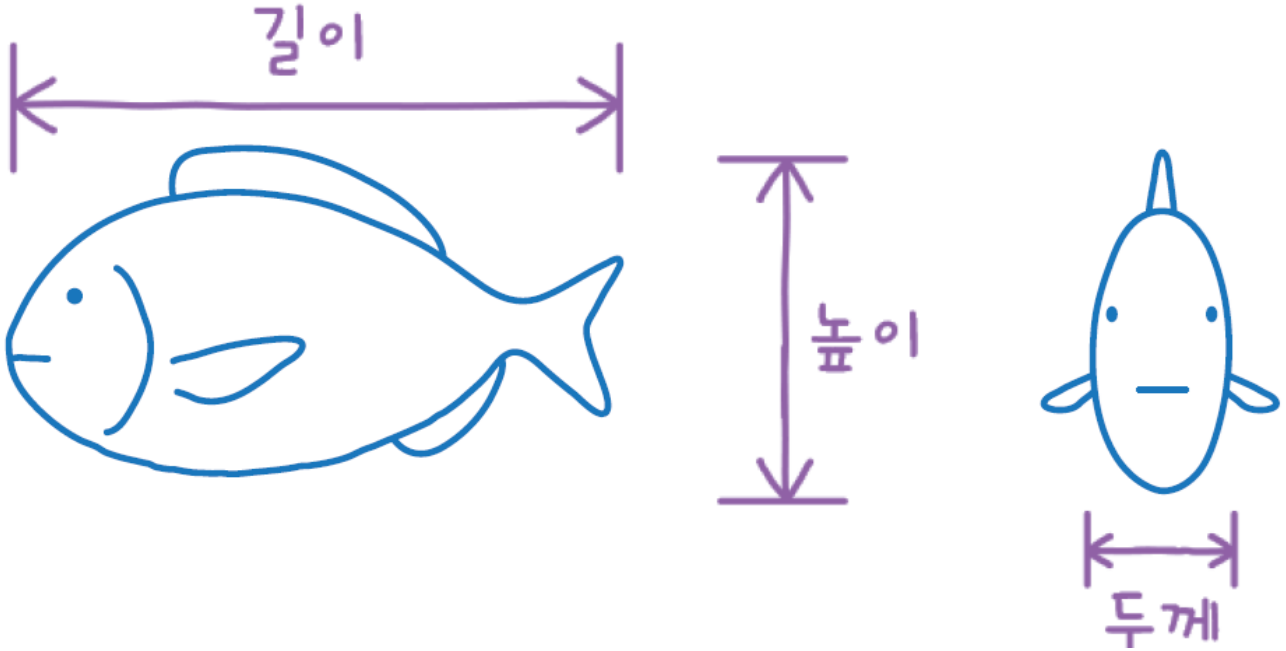
4. 사이킷런에서 다항 회귀 모델을 훈련할 수 있는 클래스는 무엇인가?

① LinearRegression　　② PolynomialRegression

③ KNeighborsClassifier　　④ PolynomialClassifier

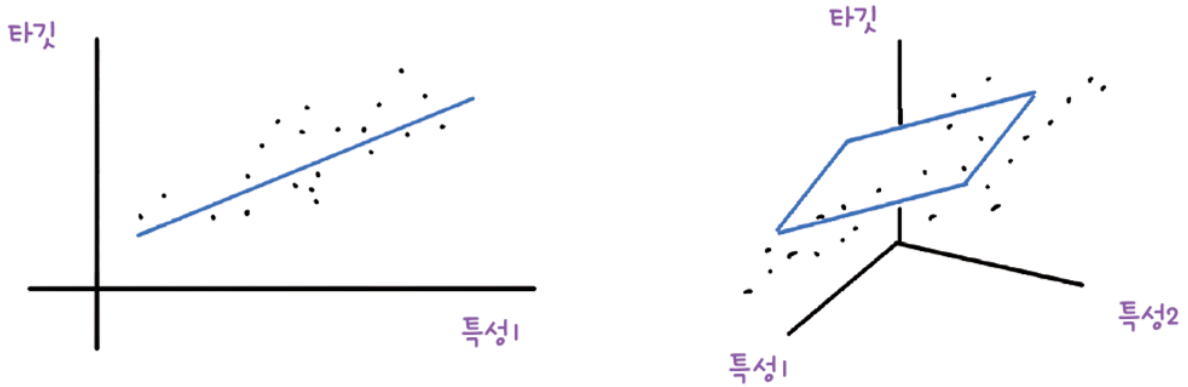
SECTION 3-3 특성 공학과 규제(1)

- 선형 회귀는 특성이 많을수록 효과가 커짐
- PolynomialFeatures 클래스에 농어의 높이와 두께 특성도 추가하여 과소적합 해소



SECTION 3-3 특성 공학과 규제(2)

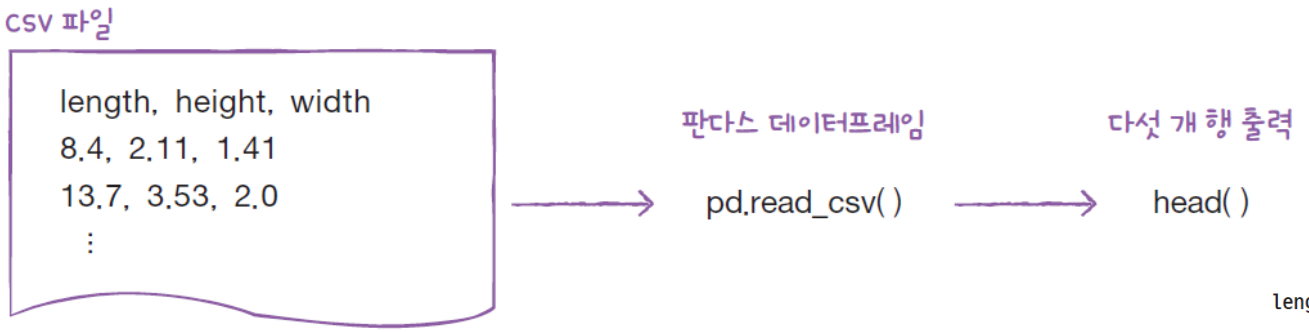
- 다중 회귀(multiple regression)
  - 여러 개의 특성을 사용한 선형 회귀
  - 오른쪽 그림처럼 특성이 2개면 타깃값과 함께 3차원 공간을 형성하고 선형 회귀 방정식 '타깃 = a ×특성1 + b × 특성2 + 절편'은 평면이 됨



  - 특성이 많은 고차원에서는 선형 회귀가 매우 복잡한 모델을 표현
  - 특성 공학(feature engineering): 기존의 특성을 사용해 새로운 특성을 뽑아내는 작업
  - 예제에서는 농어의 길이뿐만 아니라 농어의 높이와 두께도 함께 사용하고, 이전 절에서처럼 3개의 특성을 각각 제곱하여 추가
  - 각 특성을 서로 곱해서 또 다른 특성을 생성. 즉, '농어 길이 × 농어 높이'를 새로운 특성으로 생성

SECTION 3-3 특성 공학과 규제(3)

- 데이터 준비
  - 판다스(pandas)의 데이터프레임(dataframe)
    - 농어 데이터를 인터넷에서 내려받아 넘파이 배열로 변환하여 선형 회귀 모델을 훈련
    - 전체 파일 내용: 웹 브라우저로 https://bit.ly/perch_csv_data에 접속
    - 판다스의 read_csv( ) 함수에 주소 삽입
    - read_csv( ) 함수로 데이터프레임을 만든 다음 head( ) 메서드를 사용해 처음 다섯 개의 행 출력




```
import pandas as pd # pd는 관례적으로 사용하는 판다스의 별칭입니다
perch_full = pd.read_csv('https://bit.ly/perch_csv_data')
perch_full.head()
```

	length	height	width
0	8.4	2.11	1.41
1	13.7	3.53	2.00
2	15.0	3.82	2.43
3	16.2	4.59	2.63
4	17.4	4.59	2.94

SECTION 3-3 특성 공학과 규제(4)

- 데이터 준비
  - 타깃 데이터 준비: 이전과 같이 소스 http://bit.ly/perch_data에서 복사

```
import numpy as np
    perch_weight = np.array(
    [ 5.9, 32.0, 40.0, 51.5, 70.0, 100.0, 78.0, 80.0, 85.0, 85.0,
      110.0, 115.0, 125.0, 130.0, 120.0, 120.0, 130.0, 135.0, 110.0,
      130.0, 150.0, 145.0, 150.0, 170.0, 225.0, 145.0, 188.0, 180.0,
      197.0, 218.0, 300.0, 260.0, 265.0, 250.0, 250.0, 300.0, 320.0,
      514.0, 556.0, 840.0, 685.0, 700.0, 700.0, 690.0, 900.0, 650.0,
      820.0, 850.0, 900.0, 1015.0, 820.0, 1100.0, 1000.0, 1100.0,
      1000.0, 1000.0]
       )
```

  - perch_full과 perch_weight를 훈련 세트와 테스트 세트로 나누기

```
from sklearn.model_selection import train_test_split
train_input, test_input, train_target, test_target = train_test_split(
      perch_full, perch_weight, random_state=42)
```

SECTION 3-3 특성 공학과 규제(5)

- 사이킷런의 변환기(transformer)
  - 특성을 만들거나 전처리하기 위한 사이킷런의 다양한 클래스
  - 사이킷런의 모델 클래스에 일관된 fit( ), score( ), predict( ) 메서드가 있는 것처럼 변환기 클래스는 모두 fit( ), transform( ) 메서드를 제공
  - 앞서 배운 LinearRegression 같은 사이킷런의 모델 클래스는 추정기(estimator)라고도 부름
  - sklearn.preprocessing 패키지의 PolynomialFeatures 클래스

```
from sklearn.preprocessing import PolynomialFeatures
```

  - 2개의 특성 2와 3으로 이루어진 샘플 하나를 적용
    이 클래스의 객체를 만든 다음 fit( ), transform( ) 메서드를 차례대로 호출

```
poly = PolynomialFeatures()
poly.fit([[2, 3]])
print(poly.transform([[2, 3]]))
```

→ [[1. 2. 3. 4. 6. 9.]]

  - fit( ) 메서드는 새롭게 만들 특성 조합을 찾고 transform( ) 메서드는 실제로 데이터를 변환
    변환기는 입력데이터를 변환하는 데 타깃 데이터가 필요하지 않으므로 모델 클래스와는 다르게 fit( ) 메서드에 입력 데이터만 전달
    즉, 여기에서는 2개의 특성(원소)을 가진 샘플 [2, 3]이 6개의 특성을 가진 샘플 [1 . 2 . 3 . 4 . 6 . 9 .]로 바뀜

SECTION 3-3 특성 공학과 규제(6)

- 사이킷런의 변환기(transformer)
  - PolynomialFeatures 클래스는 기본적으로 각 특성을 제곱한 항을 추가하고 특성끼리 서로 곱한 항을 추가.
    2와 3을 각기 제곱한 4와 9가 추가되었고, 2와 3을 곱한 6이 추가됨
  - 1은 왜 추가되었을까?

    무게 = a × 길이 + b × 높이 + c × 두께 + d × 1
  - 선형 방정식의 절편은 항상 값이 1인 특성과 곱해지는 계수라고 볼 수 있으며, 특성은 (길이, 높이, 두께, 1)이 됨
  - 사이킷런의 선형 모델은 자동으로 절편을 추가하므로 굳이 이렇게 특성을 만들 필요가 없음
  - include_bias=False로 지정하여 다시 특성을 변환
    절편을 위한 항이 제거되고 특성의 제곱과 특성끼리 곱한 항만 추가됨

```
poly = PolynomialFeatures(include_bias=False)
poly.fit([[2, 3]])
print(poly.transform([[2, 3]]))
```

→ [[2. 3. 4. 6. 9.]]

SECTION 3-3 특성 공학과 규제(7)

- 사이킷런의 변환기(transformer)
  - train_input을 변환한 데이터를 train_poly에 저장하고 이 배열의 크기를 확인

```
poly = PolynomialFeatures(include_bias=False)
poly.fit(train_input)
train_poly = poly.transform(train_input)
print(train_poly.shape)
```

→ (42, 9)

  - get_feature_names_out( ) 메서드를 호출하여 9개의 특성이 각각 어떤 입력의 조합으로 만들어졌는지 알려줌

```
poly.get_feature_names_out()
```

→ array(['length', ' height', ' width', 'length^2', 'length height', 'length width', ' height^2', ' height width', ' width^2'], dtype=object)

  - 테스트 세트를 변환

```
test_poly = poly.transform(test_input)
```

SECTION 3-3 특성 공학과 규제(8)

◦ 다중 회귀 모델 훈련하기

- 사이킷런의 LinearRegression 클래스를 임포트
- 앞에서 만든 train_poly를 사용해 모델을 훈련시켜 회귀 모델을 훈련

```
from sklearn.linear_model import LinearRegression
lr = LinearRegression()
lr.fit(train_poly, train_target)
print(lr.score(train_poly, train_target))
```

→ 0.9903183436982124

- 테스트 세트 점수 확인

```
print(lr.score(test_poly, test_target))
```

→ 0.9714559911594134

- PolynomialFeatures 클래스의 degree 매개변수를 사용하여 필요한 고차항의 최대 차수를 지정
- 5제곱까지 특성을 만들어 출력

```
poly = PolynomialFeatures(degree=5,
include_bias=False)
poly.fit(train_input)
train_poly = poly.transform(train_input)
test_poly = poly.transform(test_input)
print(train_poly.shape)
```

→ (42, 55)

특성의 개수
train_poly 배열의 열의 개수

SECTION 3-3 특성 공학과 규제(9)

◦ 다중 회귀 모델 훈련하기

- 이 데이터를 사용해 선형 회귀 모델을 다시 훈련

```
lr.fit(train_poly, train_target)
print(lr.score(train_poly, train_target))
```

→ 0.9999999999991098

- 테스트 세트 점수 확인

```
print(lr.score(test_poly, test_target))
```

→ -144.40579242684848 매우 큰 음수가 나옴

- 특성의 개수를 크게 늘리면 선형 모델은 아주 강력해져, 훈련 세트에 대해 거의 완벽하게 학습
- 하지만 이런 모델은 훈련 세트에 너무 과대적합되므로 테스트 세트에서는 형편없는 점수를 만들게 됨
- 이 문제를 해결하기 위해 다시 특성을 줄여야 함
  - 이런 상황은 과대적합을 줄이는 또 다른 방법을 배워 볼 좋은 기회

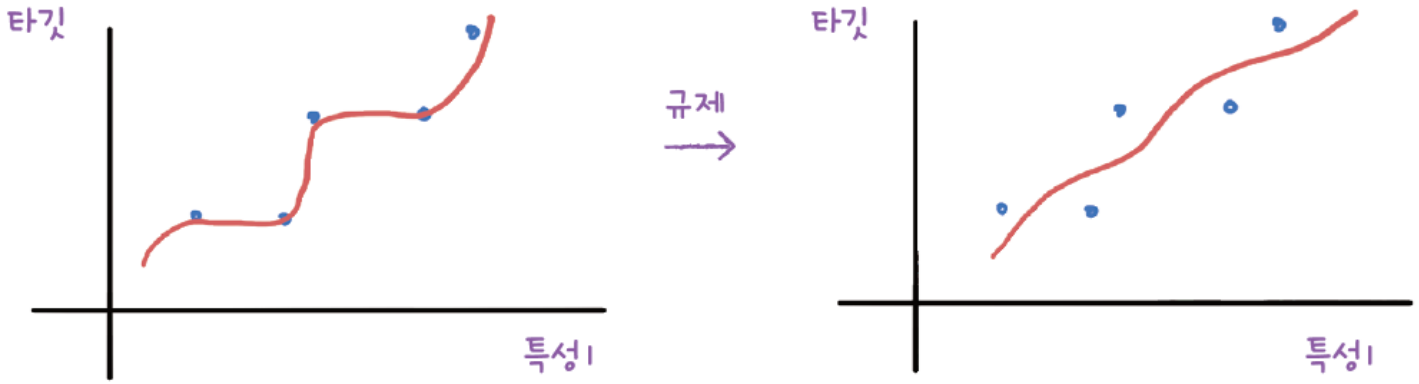
✚ 여기서 잠깐 샘플 개수보다 특성이 많다면 어떨까?

- 여기에서 사용한 훈련 세트의 샘플 개수는 42개 밖에 되지 않음
- 42개의 샘플을 55개의 특성으로 훈련하면 완벽하게 학습할 수 있는 것이 당연
- 예를 들어 42개의 참새를 맞추기 위해 딱 한 번 새총을 쏴야 한다면 참새 떼 중앙을 겨냥하여 가능한 한 맞출 가능성을 높여야 함
- 하지만 55번이나 쏠 수 있다면 한 번에 하나씩 모든 참새를 맞출 수 있음

SECTION 3-3 특성 공학과 규제(10)

◦ 규제(regularization)

- 머신러닝 모델이 훈련 세트를 너무 과도하게 학습하지 못하도록 훼방하는 것
- 즉, 모델이 훈련 세트에 과대적합되지 않도록 만드는 것
- 선형 회귀 모델의 경우 특성에 곱해지는 계수(또는 기울기)의 크기를 작게 만드는 일
- 아래 그림에서 왼쪽은 훈련 세트를 과도하게 학습했고, 오른쪽은 기울기를 줄여 보다 보편적인 패턴을 학습



- 앞서 55개의 특성으로 훈련한 선형 회귀 모델의 계수를 규제하여 훈련 세트의 점수를 낮추고 대신 테스트 세트의 점수를 높이기

- 훈련 세트에서 학습한 평균과 표준편차는 StandardScaler 클래스 객체의 mean_, scale_ 속성에 저장됨
- 특성마다 계산하므로 55개의 평균과 표준 편차가 들어 있음

SECTION 3-3 특성 공학과 규제(11)

- 규제(regularization)
  - 특성의 스케일이 정규화되지 않으면 여기에 곱해지는 계수 값도 차이남
  - 일반적으로 선형 회귀 모델에 규제를 적용할 때 계수 값의 크기가 서로 많이 다르면 공정하게 제어되지 않음
  - 규제를 적용하기 전에 먼저 정규화 필요
    - 2장에서는 평균과 표준편차를 직접 구해 특성을 표준점수로 바꾸었음
  - 이번에는 사이킷런에서 제공하는 StandardScaler 클래스를 사용
    - StandardScaler 클래스의 객체 ss를 초기화한 후 PolynomialFeatures 클래스로 만든 train_poly를 사용해 이 객체를 훈련 (꼭 훈련 세트로 학습한 변환기를 사용해 테스트 세트까지 변환해야 함)

```
from sklearn.preprocessing import StandardScaler
ss = StandardScaler()
ss.fit(train_poly)
train_scaled = ss.transform(train_poly)
test_scaled = ss.transform(test_poly)
```

  - 표준점수로 변환한 train_scaled와 test_scaled가 준비됨

- 선형 회귀 모델에 규제를 추가한 모델
  - 릿지(ridge): 계수를 제곱한 값을 기준으로 규제를 적용
  - 라쏘(lasso): 계수의 절댓값을 기준으로 규제를 적용 (계수값을 0으로도 만들 수 있음)

SECTION 3-3 특성 공학과 규제(12)

◦ 릿지 회귀

- 릿지와 라쏘 모두 sklearn.linear_model 패키지
- 모델 객체를 만들고 fit( ) 메서드에서 훈련한 다음 score( ) 메서드로 평가
- 앞서 준비한 train_scaled 데이터로 릿지 모델을 훈련

```
from sklearn.linear_model import Ridge
ridge = Ridge()
ridge.fit(train_scaled, train_target)
print(ridge.score(train_scaled, train_target))
```

→ 0.9896101671037343

- 테스트 세트에 대한 점수 확인

```
print(ridge.score(test_scaled, test_target))
```

→ 0.9790693977615398

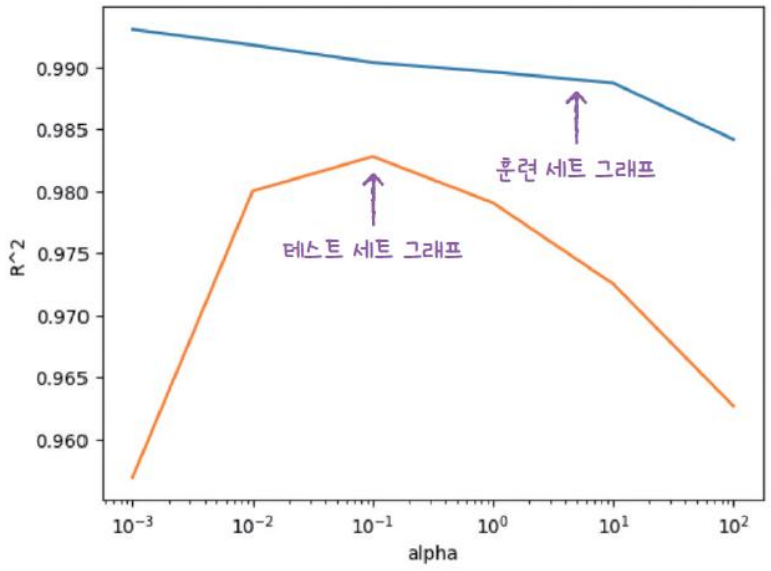
- 릿지와 라쏘 모델을 사용할 때 규제의 양을 임의로 조절 가능
- 모델 객체를 만들 때 alpha 매개변수로 규제의 강도를 조절
  - alpha 값이 크면 규제 강도가 세지므로 계수 값을 더 줄이고 조금 더 과소적합되도록 유도
  - alpha 값이 작으면 계수를 줄이는 역할이 줄어들고 선형 회귀 모델과 유사해지므로 과대적합될 가능성이 큼

SECTION 3-3 특성 공학과 규제(13)

◦ 릿지 회귀

- 그래프 그리기
- alpha 값을 0.001부터 10배씩 늘렸기 때문에 이대로 그래프를 그리면 그래프 왼쪽이 너무 촘촘해짐
- alpha_list에 있는 6개의 값을 동일한 간격으로 나타내기 위해서는 x 축을 로그 스케일로 나타내야 함

```
plt.plot(alpha_list, train_score)
plt.plot(alpha_list, test_score)
plt.xscale('log')
plt.xlabel('alpha')
plt.ylabel('R^2')
plt.show()
```



- 그래프의 왼쪽
  훈련 세트와 테스트 세트의 점수 차이가 아주 큼
  훈련 세트에는 잘 맞고 테스트 세트에는 형편없는
  과대적합의 전형적인 모습
- 그래프 오른쪽
  훈련 세트와 테스트 세트의 점수가 모두 낮아지는
  과소적합으로 가는 모습을 보임

넘파이 로그 함수

- np.log( ): 자연 상수 e를 밑으로 하는 자연로그
- np.log10( ): 10 을 밑으로 하는 상용로그

SECTION 3-3 특성 공학과 규제(14)

◦ 릿지 회귀

- 적절한 alpha 값은 두 그래프가 가장 가깝고 테스트 세트의 점수가 가장 높은 -1, 즉 10^{-1}=0.1
- alpha 값을 0.1로 하여 최종 모델을 훈련

```
ridge = Ridge(alpha=0.1)
ridge.fit(train_scaled, train_target)
print(ridge.score(train_scaled,
train_target))
print(ridge.score(test_scaled, test_target))
```

→

0.9903815817570366
0.9827976465386926

- 이 모델은 훈련 세트와 테스트 세트의 점수가 비슷하게 모두 높고 과대적합과 과소적합 사이에서 균형을 맞춤

SECTION 3-3 특성 공학과 규제(15)

◦ 라쏘 회귀

- 라쏘 모델을 훈련하는 것은 릿지와 유사
- Ridge 클래스를 Lasso 클래스로 바꾸면 됨

```
from sklearn.linear_model import Lasso
lasso = Lasso()
lasso.fit(train_scaled, train_target)
print(lasso.score(train_scaled,
train_target))
```

→ 0.9897898972080961

- 테스트 세트 점수 확인

```
print(lasso.score(test_scaled, test_target))
```

→ 0.9800593698421883

SECTION 3-3 특성 공학과 규제(16)

- 라쏘 회귀
  - 라쏘 모델도 alpha 매개변수로 규제의 강도를 조절 가능
  - alpha 값을 바꾸어 가며 훈련 세트와 테스트 세트에 대한 점수 계산

```
train_score = []
test_score = []
alpha_list = [0.001, 0.01, 0.1, 1, 10, 100]
for alpha in alpha_list:
    # 라쏘 모델을 만듭니다
    lasso = Lasso(alpha=alpha, max_iter=10000)
    # 라쏘 모델을 훈련합니다
    lasso.fit(train_scaled, train_target)
    # 훈련 점수와 테스트 점수를 저장합니다
    train_score.append(lasso.score(train_scaled, train_target))
    test_score.append(lasso.score(test_scaled, test_target))
```

✚ 여기서 잠깐 경고(Warning)가 뜨는데 정상인가?

- 라쏘 모델을 훈련할 때 ConvergenceWarning이란 경고가 발생할 수 있음
- 사이킷런의 라쏘 모델은 최적의 계수를 찾기 위해 반복적인 계산을 수행하는데, 지정한 반복 횟수가 부족할 때 이런 경고가 발생
- 이 반복 횟수를 충분히 늘리기 위해 max_iter 매개변수의 값을 10000으로 지정했음
- 필요하면 더 늘릴 수 있지만 이 문제에서는 큰 영향을 끼치지 않음

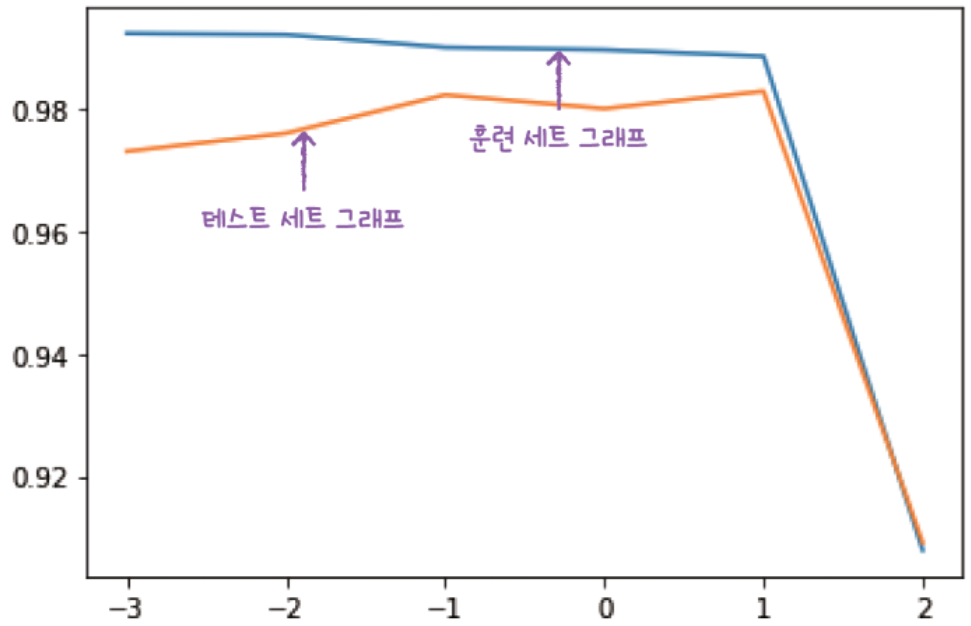
SECTION 3-3 특성 공학과 규제(17)

◦ 라쏘 회귀

- train_score와 test_score 리스트를 사용해 그래프 그리기
  - x축은 로그 스케일로 바꿈

```
plt.plot(np.log10(alpha_list), train_score)
plt.plot(np.log10(alpha_list), test_score)
plt.show()
```

→



- 그래프의 왼쪽은 과대적합을 보여주고 있고, 오른쪽으로 갈수록 훈련 세트와 테스트 세트의 점수가 좁혀짐가장 오른쪽은 아주 크게 점수가 떨어짐
  이 지점은 분명 과소적합되는 모델일 것임

SECTION 3-3 특성 공학과 규제(18)

◦ 라쏘 회귀

- 라쏘 모델에서 최적의 alpha 값은 1, 즉 10^1=10
- 이 값으로 다시 모델을 훈련

```
lasso = Lasso(alpha=10)
lasso.fit(train_scaled, train_target)
print(lasso.score(train_scaled, train_target))
print(lasso.score(test_scaled, test_target))
```

→

0.9888067471131867
0.9824470598706695

- coef_ 속성에 저장되어 있는 라쏘 모델의 계수 중에 0인 것을 헤아려보기

```
print(np.sum(lasso.coef_ == 0))
```

→ 40

- 55개의 특성을 모델에 주입했지만 라쏘 모델이 사용한 특성은 15개에 불과함
  이런 특징 때문에 라쏘 모델을 유용한 특성을 골라내는 용도로도 사용할 수 있음

SECTION 3-3 특성 공학과 규제(19)

- 모델의 과대적합을 제어하기(문제해결 과정)
  - 문제
    - 선형 회귀 알고리즘을 사용해 농어의 무게를 예측하는 모델을 훈련시켰지만 훈련 세트에 과소적합
  - 해결
    - 농어의 길이뿐만 아니라 높이와 두께도 사용하여 다중 회귀 모델을 훈련
    - 또한 다항 특성을 많이 추가하여 훈련 세트에서 거의 완벽에 가까운 점수를 얻는 모델을 훈련
    - 특성을 많이 추가하면 선형 회귀는 매우 강력한 성능을 발휘하지만, 특성이 너무 많으면 선형 회귀 모델을 제약하기 위한 도구가 필요
    - 이를 위해 릿지 회귀와 라쏘 회귀에 대해 학습
    - 사이킷런을 사용해 다중 회귀 모델과 릿지, 라쏘 모델을 훈련
    - 릿지와 라쏘 모델의 규제 양을 조절하기 위한 최적의 alpha 값 찾기

SECTION 3-3 마무리(1)

◦ 키워드로 끝나는 핵심 포인트

- **다중 회귀**는 여러 개의 특성을 사용하는 회귀 모델
  - 특성이 많으면 선형 모델은 강력한 성능을 발휘
- **특성 공학**은 주어진 특성을 조합하여 새로운 특성을 만드는 일련의 작업 과정
- **릿지**는 규제가 있는 선형 회귀 모델 중 하나이며 선형 모델의 계수를 작게 만들어 과대적합을 완화
  - 릿지는 비교적 효과가 좋아 널리 사용하는 규제 방법
- **라쏘**는 또 다른 규제가 있는 선형 회귀 모델
  - 릿지와 달리 계수 값을 아예 0으로 만들 수도 있음
- **하이퍼파라미터**는 머신러닝 알고리즘이 학습하지 않는 파라미터
  - 이런 파라미터는 사람이 사전에 지정해야 함
  - 대표적으로 릿지와 라쏘의 규제 강도 alpha 파라미터

SECTION 3-3 마무리(2)

- 핵심 패키지와 함수
  - pandas
    - read_csv( ): CSV 파일을 로컬 컴퓨터나 인터넷에서 읽어 판다스 데이터프레임으로 변환하는 함수
    - 자주 사용하는 매개변수
      - sep: CSV 파일의 구분자를 지정. 기본값은 '콤마(,)'
      - header에 데이터프레임의 열 이름으로 사용할 CSV 파일의 행 번호를 지정. 기본적으로 첫 번째 행을 열 이름으로 사용
      - skiprows는 파일에서 읽기 전에 건너뛸 행의 개수를 지정
      - nrows는 파일에서 읽을 행의 개수를 지정

SECTION 3-3 마무리(3)

- 핵심 패키지와 함수
  - scikit-learn
    - PolynomialFeatures는 주어진 특성을 조합하여 새로운 특성을 만듦
      - degree는 최고 차수를 지정. 기본값은 2
      - interaction_only가 True이면 거듭제곱 항은 제외되고 특성 간의 곱셈 항만 추가됨. 기본값은 False
      - include_bias가 False이면 절편을 위한 특성을 추가하지 않음. 기본값은 True
    - Ridge는 규제가 있는 회귀 알고리즘인 릿지 회귀 모델을 훈련
      - alpha 매개변수로 규제의 강도를 조절. alpha 값이 클수록 규제가 강해지며, 기본값은 1
      - solver 매개변수에 최적의 모델을 찾기 위한 방법을 지정할 수 있음. 기본값은 'auto'이며 데이터에 따라 자동으로 선택
      - 사이킷런 0.17 버전에 추가된 'sag'는 확률적 평균 경사 하강법 알고리즘으로 특성과 샘플 수가 많을 때 성능이 빠르고 좋음
      - 사이킷런 0.19 버전에는 'sag'의 개선 버전인 'saga'가 추가
      - random_state는 solver가 'sag'나 'saga'일 때 넘파이 난수 시드값을 지정할 수 있음
    - Lasso는 규제가 있는 회귀 알고리즘인 라쏘 회귀 모델을 훈련
      - 이 클래스는 최적의 모델을 찾기 위해 좌표축을 따라 최적화를 수행해가는 좌표 하강법 coordinate descent을 사용
      - alpha와 random_state 매개변수는 Ridge 클래스와 동일
      - max_iter는 알고리즘의 수행 반복 횟수를 지정. 기본값은 1000

SECTION 3-3 확인 문제

1. a, b, c 특성으로 이루어진 훈련 세트를 PolynomialFeatures(degree=3)으로 변환했다. 다음 중 이 변환된 데이터에 포함되지 않는 특성은 무엇인가?

   ① 1　　② a　　③ a * b　　④ $a * b^3$

2. 다음 중 특성을 표준화하는 사이킷런 변환기 클래스는 무엇인가?

   ① Ridge　　② Lasso

   ③ StandardScaler　　④ LinearRegression

SECTION 3-3 확인 문제

3. 다음 중 과대적합과 과소적합을 올바르게 표현하지 못한 것은 무엇인가?

① 과대적합인 모델은 훈련 세트의 점수가 높음

② 과대적합인 모델은 테스트 세트의 점수도 높음

③ 과소적합인 모델은 훈련 세트의 점수가 낮음

④ 과소적합인 모델은 테스트 세트의 점수도 낮음

4. 다음 중 훈련하기 전에 특성을 표준화해야 하는 모델 클래스를 모두 고르세요.

① KNeighborsClassifier

② KNeighborsRegressor

③ Ridge

④ Lasso